

HPM的历史渊源

汪晓勤¹, 欧阳跃²

(1. 华东师范大学 数学系, 上海 200062; 2. 曲靖师范学院 初等教育系, 云南 曲靖 655000)

摘要: 数学史对数学教育的意义在19世纪已经引起西方数学史家的注意, 法国数学家泰尔凯、英国数学家德摩根等都是其中重要的先驱者. 20世纪上叶, 一些欧美数学家, 如卡约黎、庞加莱、史密斯等大力提倡数学史在数学教学中的运用. 20世纪70年代, HPM成为一个独立的学术研究领域. 今天, HPM已成为国际数学教育的新思潮之一. 历史考察表明: HPM的学术源流是清晰可寻的.

关键词: 数学史; 泰尔凯; 克莱因; 数学教学

中图分类号: G421 文献标识码: A 文章编号: 1004-9894(2003)03-0024-04

1972年, 在第二届国际数学教育大会上, 成立了数学史与数学教学关系国际研究小组(International Study Group on the Relations between History and Pedagogy of Mathematics, 简称HPM), 标志着数学史与数学教育关系作为一个学术研究领域(我们也称之为HPM)的出现. 尽管数学史对数学教学的意义已经为国内不少学者所注意^[1-4], 但对于该研究领域在西方的历史渊源尚缺乏足够的了解. 本文拟对此作初步探讨.

1 泰尔凯和他的数学教育杂志

1742年, 德国数学家海尔布罗纳(J.C. Heilbronner, 1706~1747)出版《世界数学史》. 1758年法国数学家蒙蒂克拉(J.E. Montucla, 1725~1799)出版《数学史》, 标志着数学史作为一门独立研究领域的出现. 而随着该领域研究的深入和普及, 数学史对数学教育的意义也被一些西方数学史家和数学教育工作者所认识. 早期的数学教育杂志《新数学年刊》以大量篇幅刊登数学史的文章, 证明了这一点.

《新数学年刊》是法国数学家泰尔凯(O. Terquem, 1782~1862)于1842年创办的, 该杂志主要面向官方高等学校教师、数学专业班学生以及投考这些学校的学生. 1855年, 泰尔凯又在《新数学年刊》后增加附录《数学历史、传记与文献通报》, 极大地激发了法国人对数学史的研究兴趣. 这个附录成了历史上第一种数学史专业刊物.

泰尔凯深知, 数学家的传记、轶闻、故事可以

启发学生的人格成长. 因此, 他在杂志上发表了大量的数学家传记, 泰尔凯是出色的故事叙述者, 甚至对当时学术地位低下的女性数学家的生平事迹也不惜笔墨. 可以想象, 泰尔凯的那些数学家故事激励了多少数学学习者!

泰尔凯十分关注与数学教学密切相关的数学史专题. 如圆锥曲线的历史、三角函数的简史、负数的历史、指数的历史、笛卡儿符号法则的历史、牛顿二项式定理的发现、线性方程组消元法的历史、变分法的历史、对数的发明、球面三角形求积的历史、倍立方问题的历史、三次方程求解的历史、行列式的起源、莫若里可(F. Maurolico, 1494~1575)的圆面积求法、丢番图的墓志铭、 π 的历史等等, 以及大量古代东西方数学文献的题解. 泰尔凯还十分重视数学符号或术语的起源, 在《通报》上, 他介绍了+、-、=、>、<、 $\sqrt{\quad}$ 等符号以及“正弦”、“瞬”、“零”等词的起源, 这些也是后世数学史家们感兴趣的历史问题.

不论从历史研究, 还是从教学实际角度看, 这些专题在今天都有现实意义. 如16世纪意大利数学家莫若里可的圆面积求法: 在底面直径和高均为 $2R$ 的圆柱中倒满水, 然后将水倒入边长为 $2R$ 的立方体中, 测出水的高度 h , 以直径 $2R$ 乘 h , 即得圆柱底面积^[5]. 这种实验方法仍可用于今天的数学教学. 又如丢番图的墓志铭^[6], 乃是今天许多国家数学课本中一元一次方程的实例.

泰尔凯也重视多元文化的数学, 他是最早向法国介绍印度数学史的法国人, 对中国数学史、犹太数学史和阿拉伯数学史都有研究和介绍.

收稿日期: 2003-06-06

基金项目: 上海市重点学科建设项目基金资助课题; 数学天元青年基金(10226008)资助课题; 教育部全国教育科学十五规划重点课题“传统文化与数学教育现代化”(DHA010276)

作者简介: 汪晓勤(1966—), 男, 浙江开化人, 华东师范大学数学系副教授, 博士, 主要从事数学史研究.

2 从德摩根到卡约黎

早在18世纪，法国实证主义哲学家、社会学创始人孔德（A.Comte, 1798~1857）提出，对孩子的教育应按历史上人类受教育的方式和顺序进行，换言之，个体的知识发生过程应符合历史上人类的知识发生过程。后来的瑞士著名教育家裴斯泰洛奇（J.H.Pestalozzi, 1746~1827）、德国著名教育家弗罗贝尔（F.Froebel, 1782~1852）等人都持有类似的观点，这种观点对于后世的数学教育家产生了重要的影响。因为，如果孔德的理论正确的话，那么数学史对于数学教学来说就是一种十分有效、不可或缺的工具。

19世纪英国著名数学家德摩根（A.De Morgan, 1806~1871）不仅强调数学史对数学研究的重要性，而且也强调数学教学中应遵循的历史次序。他认为教师在教代数时，不要一下子把新符号都解释给学生，而应该让学生像最初发明这些符号的人那样从完全的书写方法到简写的顺序学习符号^[7]。如，学生应先使用 aa 、 aaa ，而不是 a^2 、 a^3 ，直到他们不再混淆 $2a$ 与 a^2 、 $3a$ 与 a^3 。德摩根的这种观点与我们今天所说的发生教学法思想是一致的。

丹麦著名数学家和数学史家邹腾（H.G.Zeuthen, 1839~1920）早在1876年的一篇数学史论文中就强调数学专业学生学习数学史的必要性，认为“学生不仅获得了一种历史感，而且，通过从新的角度看数学学科，他们将对数学产生更敏锐的理解力和鉴赏力”^[8]。实际上，邹腾在课堂教学中经常讲述数学史。

在美国，早在19世纪90年代即有人提倡将数学史作为教学工具引入数学教学之中^[9]。美国著名数学史家、美国历史上第一个数学史教授卡约黎（F.Cajori, 1859~1930）在1893年出版的《数学史》前言中强调数学史对数学教师的重要价值：“如果用历史回顾和历史轶事点缀枯燥的问题求解和几何证明，学生的学习兴趣就会大大增加。算术课上的学生乐于听巴比伦人和印度人的工作以及印度人‘阿拉伯数码’的发明……在学生学习了勾股定理殚精竭虑之后，告诉他们有关其发现的传说——毕达哥拉斯对他的发现如此高兴，以致为缪斯女神献上百牲大祭。当数学训练的价值受到怀疑时，引用哲学家柏拉图的学园门口所刻的那句话：‘不懂几

何者免进。’学习解析几何的学生应了解笛卡儿，学习微积分的学生又应熟悉牛顿、莱布尼兹、拉格朗日在创造这门学科过程中所起的作用。在历史的解说中，教师可以让学生明白：数学并不是一门枯燥呆板的学科，而是一门不断进步的生动有趣的学科。”^[10]

3 20世纪欧美数学家的大力提倡

到了20世纪，数学史的教育价值受到欧美数学家进一步的大力提倡。在1904年德国海德堡召开的第三届国际数学家大会上，美国著名数学史家和数学教育家史密斯（D.E.Smith, 1860~1944）、法国著名数学史家坦纳里（P.Tannery, 1843~1904）、意大利著名数学史家洛利亚（G.Loria, 1862~1954）等在提出的一项决议中称：“数学史在今天已成为一门具有无可否认重要性的学科，无论从数学的角度还是从教学的角度来看，其作用变得更为明显，因此，在公众教育中给予其恰当的位置已成当务之急。”^[11]

决议希望在大学里开设包括数学史在内的精密科学史课。实际上，史密斯后来出版的2卷本《数学史》和一卷本《数学原始文献》便是为中学数学教师而写。史密斯告诉我们，“数学史已被公认为师范教育及大中学校学生自由教育中的重要学科。”长期在大学教数学的经历使他深信：“为了将数学发展与人类发展联系起来，为了揭示数学是一条大河而不是一潭死水，为了强调数学的人文因素，一般的历史介绍是十分必要的。”^[12]洛利亚则认为，数学史是联结中学数学和大学数学教学的纽带。洛氏还提出数学史在数学与其它学科关系、发生教学法等方面的作用^[13]。

法国数学家庞加莱（H.Poincaré, 1854~1912）在出版于1908年的《科学与方法》（*Science et Méthode*）中的名言“预见数学之未来的正确方法是研究它的历史和现状”常常为后人所引用。在《科学与方法》中，庞加莱指出，数学课程的内容应完全按照数学史上同样内容的发展顺序展现给读者^[14]，庞加莱的这种观点正是基于孔德的理论，与德摩根的观点一脉相承。

1919年，英国一数学会报告提出：“每一个孩子都应该知道他所学习的这门学科的更为人文或个性的一面。”并建议“数学教室中应悬挂大数学家的肖像，数学教师在课堂上应经常提到这些大数

学家的生平与数学研究,并对数学发现对人类文明进步的影响做出解释。”^[11] 苏格兰女数学家奥勒伦绍(K.Ollerenshaw)在1929年的回忆录中,根据自己的亲身体会,指出历史的重要价值,认为“每一个对某学科有兴趣的年轻人都应该看一本讲述在该领域筚路蓝缕的巨人故事的书籍”^[11]。英国数学史学会在1971年创建之初即将“促进数学史在教育中的运用”作为学会目标之一。

在荷兰,著名数学史家迪克斯特休(E.Jan Dijksterhuis)强调数学史在师范教育中的重要作用,认为对于师范生而言,数学史知识“乃是一种财富,这种财富不仅是宝贵的,而且是不可或缺的,它将使他们能够令人满意地完成自己的职责”^[11]。

数学教育中提倡运用数学史的传统在美国一直延续下来。1969年,美国数学教师协会出版《数学课堂中的历史话题》,是直接为数学教学服务的文献。著名数学家和数学史家克莱因(M.Kline,1908~1992)十分强调数学史对数学教育的重要价值。认为“每一位中学和大学数学教师都应该知道数学史;有许多理由,但最重要的一条理由或许是:数学史是教学的指南。”^[15]在克莱因眼里,数学史的重要程度可谓无以复加。克莱因坚信,历史上数学家曾经遇到过的困难,课堂上,学生同样会遇到,因而历史对于课堂教学具有重要的借鉴作用。克莱因指出:“数学绝对不是课程中或教科书里所指的那种肤浅观察和寻常诠释。换句话说,它并不仅仅是从显明叙述的公理推演出毋庸置疑的结论来。”^[16] 克莱因批评只注重逻辑严密性的数学教材,指出数学家奋斗的经历对学生的教育作用:“通常的一些数学课程也使人产生一种错觉。它们给出一个系统的逻辑叙述,使人们有这种印象:数学家们几乎理所当然地从定理到定理,数学家能克服任何困难,并且这些课程完全经过锤炼,已成定局。学生被湮没在成串的定理中,特别是当他们正开始学习这些课程的时候。……课本中的字斟句酌的叙述,未能表现出创造过程中的斗争、挫折,以及在建立一个可观的结构之前,数学家所经历的艰苦漫长的道路。而学生一旦认识到这些,他将不仅获得真知灼见,还将获得顽强地追究他所攻问题的勇气,并且不会因为他自己的工作并非完美无缺而感到颓丧。”^[17]

后来的美籍挪威著名数学家、菲尔兹奖和沃尔夫奖获得者塞尔伯格(Atle Selberg)认为“对中学

数学的内容一定要重新斟酌,应增加一些涉及如何发现并令人振奋的内容”^[18],与克莱因的看法是一致的。

众所周知,20世纪的许多著名数学家和数学教育家也都是数学史的研究者。欧拉(L.Euler,1707~1783)的数学著作是匈牙利著名数学家和数学教育家波利亚(G.Pólya,1887~1985)的数学教育著述的重要素材^[19]。波利亚同样持有庞加莱的观点。荷兰数学家和数学教育家弗赖登塔尔(H.Freudenthal,1905~1990)则同时也是一位数学史家,他对数学归纳法历史等专题都有深入研究。他批评那种过于注重逻辑严密性、没有丝毫历史感的教材乃是“把火热的发明变成了冷冰冰的美丽”,并认为数学史应该是数学教师用于数学教学的必备知识^[20]。

无疑,到20世纪70年代,数学史对数学教育的意义已经是许多西方数学教育家的共识:利用它可以激发学生的学习兴趣,培养学生的数学精神,启发学生的人格成长,预见学生的认知发展,指导并丰富教师的课堂教学,促进学生对数学的理解和对数学价值的认识,构筑数学与人文之间的桥梁,等等。数学史与数学教育之间关系的理论研究的必要性已凸现出来。因而,HPM的成立乃是顺理成章的事了。

致谢:本文的写作得到张奠宙教授的支持,特致谢意!

参考文献:

- [1] 徐利治,王前. 数学哲学、数学史与数学教育的结合[J]. 数学教育学报,1994,3(1):3.
- [2] 王青建. 数学史与数学教育刍议[J]. 数学教育学报,1995,4(4):64.
- [3] 郭熙汉. 数学史与数学教育[J]. 数学教育学报,1995,4(4):68.
- [4] 郭华光,张晓磊. 试论中国古代数学衰落的原因及启示[J]. 数学教育学报,2001,10(2):95.
- [5] Terquem O. Moyen hydrodynamique pour trouver l'aire d'un cercle [J]. Bulletin de Bibliographie, d'Histoire et de Biographie Mathématiques, 1860, (6): 47-48.
- [6] Terquem O. Diophante [J]. Bulletin de Bibliographie, d'Histoire et de Biographie Mathématiques, 1860, (6): 71-72.
- [7] Howson G. A History of Mathematical Education in

- England [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1982. 87–92.
- [8] Kleiman S L. Hieronymus Georg Zeuthen [J]. Contemporary Mathematics, 1991, (123): 1–13.
- [9] Heppel G. The use of history in teaching mathematics [J]. Nature, 1893, (48): 16–18.
- [10] Cajori F. A History of Mathematics [M]. New York: Macmillan, 1926. 2–3.
- [11] Fauvel J, Maanen J van. History in Mathematics Education [M]. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000. 45.
- [12] Smith D E. History of Mathematics [M]. Boston: Ginn & Company, 1923. iii.
- [13] Furinghetti F. The history of mathematics as a coupling link between secondary and University teaching [J]. International Journal of Mathematics Education in Science and Technology, 2000, 31 (1): 43–51.
- [14] Harper E. Ghosts of Diophantus [J]. Educational Studies in Mathematics, 1987, (18): 75–90.
- [15] Albers D J, Alexanderson G L. Mathematical People: Profiles and Interview [M]. Boston: Birkhauser, 1985. 171.
- [16] Kline M, Carl B. Boyer In Memoriam [J]. Historia Mathematics, 1976, (3) : 387–394.
- [17] Kline M. Mathematical Thought from Ancient to Modern Times [M]. New York: Oxford University, 1972. iii.
- [18] 塞尔伯格 . Ramanujan 百年诞辰之际的反思[J] . 数学译林 , 1990 , 9 (2) : 154–157 .
- [19] Polya G. Mathematics and Plausible Reasoning [M]. Princeton: Princeton University Press, 1954. 64.
- [20] Freudenthal H. Should a mathematics teacher know something about the history of Mathematics [J]. For the Learning of Mathematics, 1981, 2(1): 30–33.

Historical Notice On HPM

WANG Xiao-qin¹, OU YANG Yue²

(1. Department of Mathematics, East China Normal University, Shanghai 200062, China;

2. Department of Elementary Education, Qujing Teacher's College, Yunnan Qujing 655000, China)

Abstract: The 1970s saw the appearance of HPM as a research field. However, the importance had been attached to the history of mathematics in mathematics education by those important precursors such as the French mathematician O. Terquem and the English mathematician A. De Morgan in the 19th century. Early in the 20th century, many mathematicians in Europe and the United States, such as F. Cajori, H. Poincaré, D. E. Smith, etc., advocated the use of mathematical history in teaching, laying the foundation of the establishment of a new research field.

Key words: history of mathematics; Olry Terquem; M. Kline; pedagogy of mathematics

[责任编辑：陈汉君]