

doi:10.3969/j.issn.0253-9608.2015.03.010

为学为师卡约黎*

汪晓勤†

华东师范大学数学系, 上海 200241

关键词 卡约黎; 数学史; 数学符号史

二十世纪一二十年代, 一场科学人文主义运动(科学史)在美国悄然兴起。在这场具有深远历史意义的文化运动中, 有一位数学家扮演着先驱者的角色, 他就是弗洛里安·卡约黎(Florian Cajori)。作为美国最早的专业数学史家之一、历史上第一位数学史教授, 卡约黎给我们留下了什么?

生平与职务

1859年2月28日, 卡约黎出生于瑞士格劳宾登州一个古老的望族。父亲乔治·卡约黎(George Cajori)是一位技术精湛的土木工程师, 因建造重要桥梁与公路而闻名遐迩。卡约黎先在瑞士图西斯以南7 km处的齐利斯, 后在格劳宾登州首府库尔的一所小学校接受早期教育, 16岁时中途辍学来到美国, 不久加入美国国籍。

1876年, 卡约黎就读于威斯康辛州立师范学校, 1878年毕业后在一所乡村学校任教, 但不久后他进入威斯康辛大学数学专业学习。1883年获理学学士学位, 三年后获

理学硕士学位。期间, 从1884年1月至1885年6月的18个月时间里, 他是约翰·霍普金斯大学数学专业的一名研究生。1885年秋, 卡约黎被新奥尔良的图兰大学聘为助理数学教授。1887年, 他被该校聘为应用数学教授。

然而, 当地潮湿的气候使他患上了严重的肺结核。1889年, 他被迫离开图兰大学, 到气候宜人的科罗拉多斯普林斯市, 寻求“延长自己的生命”。在那里, 他接受了科罗拉多学院校长斯洛克姆(W. F. Slocum, 1851—1934)的邀请, 成为该校的一名兼职教师, 不久被聘为物理学教授。卡约黎热心地发起科学研究, 创立了科罗拉多大学科学协会, 并担任协会的秘书; 创办学术刊物《科罗拉多学院院刊》, 亲任执行编辑, 发表协会的会议论文, 内容涉及人类学、政治学、生物学、语言学、数学、数学史、古典学、物理学等多个学术领域。

《科罗拉多学院院刊》的创办, 大大促进了科罗拉多学院的学术研究, 提升了学院的学术地位和国际声誉。科学协会的创立是卡约黎对

科罗拉多学院所做的最大贡献之一^[1]。1896年, 令卡约黎名声大噪的是他在德国物理学家伦琴(W. C. Röntgen, 1845—1923)发现X光后不久即率先拍摄了一张X光照片。

此时风华正茂、崭露头角的卡约黎成果迭出, 相继出版多部有影响的数学史和物理学史著作。1896年, 他获得了图兰大学哲学博士学位。从1898年开始的20年间, 卡约黎担任科罗拉多学院的数学教授。同时, 他于1903年创建了工程系, 并亲任系主任, 直至1918年。1912年, 科罗拉多大学授予他荣誉法学博士学位。翌年, 科罗拉多学院和威斯康星大学相继授予他荣誉法学博士学位和荣誉理学博士学位。

卡约黎在科罗拉多学院的最后几年里, 学院发生了严重的危机。1917年, 校长斯洛克姆退休离校, 短短两年间, 一个系主任遭解聘, 包括卡约黎在内的三位系主任、八位教授、一位博物馆馆长相继辞职。

与此同时, 加利福尼亚大学专门为卡约黎设立了一个数学史教授职位, 这是美国历史上第一个数学史教授职位, 也是世界上第一个同

*上海市教育科学研究项目(B08014)资助

†通信作者, E-mail: xqwang@math.ecnu.edu.cn

类职位。加利福尼亚大学数学史教授的诞生,与卡耐基科学研究所科学史研究员的聘任一样,成了当时美国科学人文主义运动的标志性事件。自此,他摆脱了行政事务的干扰,全身心投入教学与研究中。1929年7月1日,卡约黎退休,成为荣誉退休教授。卸掉教学任务的卡约黎依然笔耕不辍。1930年8月14日,因肺炎溘然长逝。这一年,加利福尼亚大学授予他荣誉法学博士学位。

卡约黎曾先后担任新奥尔良科学院科学A组(数学、物理学、天文学、测地学、力学、工程学)的秘书(1887—1888),全美教育协会“十人委员会”成员(1892)、美国几何大纲“十五人委员会”成员(1910—1913)、美国数学协会主席(1917)、美国科学促进会副主席和科学史与科学哲学分会主席(1923)、科学史学会副主席(1924—1925)、国际科学史委员会副主席(1929—1930),他也是美国数学会、美国数学教师协会、德国数学会、意大利巴勒莫数学协会等学术团体的重要会员,他还是美国艺术与科学研究院的院士。

数学与历史

卡约黎的学术生涯是从纯数学研究开始的,他的博士论文为《关于半收敛(条件收敛)级数的研究》。实际上,在图兰大学任教时,他就开始对该领域感兴趣了。

早在1821年,法国数学家柯西(A. L. Cauchy, 1789—1857)在其《分析教程》中证明,若两个无穷级数均绝对收敛,则其乘积(柯西乘积)收敛。上述定理成了数学分析中的重要定理,可惜其中的条件太强。1875年,德国数学家默顿(F. Mertens, 1840—1927)将柯西定

理的条件进行弱化;1882年,德国数学家普林谢姆(A. I. Pringsheim, 1850—1941)将柯西定理的条件进一步弱化。普林谢姆又给出结论:一个条件收敛级数或发散级数与一个绝对收敛级数的乘积可能绝对收敛,但错误地认为,两个条件收敛级数的乘积不可能绝对收敛。卡约黎则在新前提下给出两个级数乘积收敛的充要条件^[2]。更精彩的是,卡约黎成功构造出乘积绝对收敛的两个条件收敛级数,以及一条件收敛一发散的两个级数,并给出了一般的构造方法^[3]。这就完全颠覆了普林谢姆的结论!最后,卡约黎成功构造了乘积绝对收敛的两个发散级数^[4-5]。卡约黎的研究大大拓宽了人们对无穷级数乘积敛散性的认识。

但卡约黎并没有在数学研究的道路上继续前行,他的兴趣转向了数学史。他的工作涉及数学通史、数学专题史、数学符号史、物理学史、天文学史等。

(1) 数学通史

卡约黎的第一部数学史著作是《美国数学的教学与历史》(1890),尽管与作者的后期作品相比,本书显得比较青涩,但正如数学史家史密斯(D. E. Smith, 1860—1944)所言^[6],它在美国开辟了一个新研究领域,激发了美国人对数学史的兴趣。卡约黎的第二部数学史著作是《数学史》(1894),分为三部分:第一部分讲述巴比伦、埃及、希腊、罗马、玛雅、中国、印度、阿拉伯和中世纪欧洲的数学;第二部分讲述16~18世纪欧洲数学;第三部分讲述19~20世纪的欧洲数学。其信息量超过了当时已出版的其他任何一部英文数学史著作^[7]。从1895年开始,本书重印了六次,1919年再版,距初版百年之后的1994年,出版了第五版。畅销

程度,可见一斑。第三部著作是《初等数学史》(1896),分古代、中世纪和近代三部分,每一部分又按照算术、代数、几何、三角来编写^[8]。初版重印五次,1917年再版,2004年第三次出版。

1904年,德国著名数学史家康托(M. Cantor, 1829—1920)邀请卡约黎撰写其《数学史讲义》第四卷中的“算术、代数和数论”一章。此时的卡约黎已经作为一流的数学史家而蜚声国际学术界了。

卡约黎的最后一本数学通史类著作是《南北美早期数学科学》(1928)^[9],内容涉及19世纪以前南、北美洲的数学、天文(金星凌日、彗星、历法、太阳系仪、天文台)、地理(地图、子午线测定)、物理学、学会、研究院、期刊等,是这方面最早的研究。本书是伯克利时期卡约黎的高水平著作之一。

(2) 初等数学史专题

在初等数学史专题上,卡约黎的代表性研究有:方程近似根求解的历史、对数和指数的历史和计算尺的历史。

关于求方程近似根的“牛顿法”,卡约黎发现:英国数学家拉弗逊(J. Raphson, 1648—1715)更早给出该方法^[10]。关于求解高次方程的“霍纳法”,卡约黎发现,在霍纳发表有关论文15年前的1804年,意大利数学家鲁菲尼(P. Ruffini, 1765—1822)已经发表了同样的方法,并荣获意大利科学会的大奖^[11]。

卡约黎详尽、深入地考察了从纳皮尔(J. Napier, 1550—1617)到莱布尼茨(G. W. Leibniz, 1646—1716)和约翰·伯努利(J. Bernoulli, 1667—1748)时代的对数和指数概念的发展;从莱布尼茨和伯努利到欧拉(L. Euler, 1707—1783)时代数学家试图建立负数对数理论的失败尝试、复

数对数理论的建立；从欧拉到魏塞尔(C. Wessel, 1745—1818)和阿甘德(J. R. Argand, 1768—1822)时代对数和指数概念的统一；最后是19世纪对数理论的完善和推广^[12]。这是迄今我们所见到的关于该课题最完整的研究。

工程系主任的职务加上康托的撰写任务，使卡约黎对计算尺的历史产生了浓厚的兴趣。“在为节省计算上的脑力劳动而设计的仪器中，没有哪一种仪器能比计算尺提供更有吸引力的历史研究领域了。它的发展延伸至多个方向，它吸引了众多的智者。不仅是算术作者，而且还有木匠、税务官、工程师、化学家、物理学家、数学家(甚至包括牛顿爵士)，都为其所吸引”^[13]。在该领域，他发表10余篇论文，出版《对数计算尺的历史》(1909)一书^[14]，后者是该领域最权威的著作之一。17世纪两位英国数学家奥特雷德(W. Oughtred, 1574—1660)和德拉曼(R. Delamain)之间曾发生计算尺发明权之争。1914年，卡约黎远赴英伦，在牛津、剑桥和伦敦搜求德拉曼的环形计算尺著作的各个版本，对奥特雷德和德拉曼关于计算尺发明权之争进行了考察，断言前者是真正的发明者^[15]。

(3)微积分的历史

关于微积分的历史，卡约黎的代表性研究为芝诺悖论的历史和英国极限与流数概念的历史。芝诺悖论的历史“多半是连续、无穷和无穷小概念的历史”^[16]。在该课题上，卡约黎充分显示了他渊博的学识和杰出的文献分析能力。他考察了亚里士多德之后不同时期的众多哲学家、数学家、科学史家对芝诺悖论的理解，成为微积分历史研究的名篇。

《英国从牛顿到伍德豪斯的

极限与流数概念的历史》是伯克利时期卡约黎的另一部高水平著作^[17]。书中基于详尽的原始文献，对17—19世纪极限和流数概念在英国的历史作了考察，成为当时最全面、深入的研究。在研究牛顿流数术时，卡约黎依据的是《自然哲学之数学原理》(简称《原理》)的默特(A. Motte, 1696—1734)英译本。显然，该译本在近200年之后的读者看来，语言已经过时，很多表达方式难以理解。卡约黎花费多年心力，用现代英语对其进行了修订，并在译文之后给出长篇历史注记。例如：英国人对笛卡儿涡旋说和牛顿引力说的长期争论，尽管牛顿引力说最终胜利，但过程充满曲折！^[18]《原理》的卡约黎修订译本，一如《几何原本》的希思英译本一样，成为20世纪的标准版本。

(4)数学符号史

卡约黎在数学史领域最杰出的贡献是他的两卷本《数学符号史》(1928—1929)^[19-20]。第一卷为初等数学的符号史，第二卷为高等数学的符号史。萨顿在阅读本书后写道^[20-21]：

“本书给予我们的主要教训是人类进步的缓慢与艰辛。你可以牵马去水槽，但你却无法逼它喝水。有天赋的人发明新工具，用它可以省力无数——印度数码、小数记号、度量衡制度，等等。但没有人能够强迫人类去采用这个工具。事实上，历史告诉我们，一种工具的采用几乎在每一种情形下都是极其缓慢的：在欧洲，人们花了几个世纪才引入印度数码，这些符号迄今尚未完全统一；度量衡制度的原理(十进制)早在1585年就已为斯蒂文所知，可今天文明世界的很大一部分却依然没能理解它！”

《数学符号史》是该课题上最

权威的著作，至今仍被广泛引用。此外，卡约黎还解决了美元符号的起源问题。

(5)物理学、天文学和测地学的历史

卡约黎在物理学方面的主要著作是《物理学史》(1899)。此书概述了从古希腊开始直到20世纪力学、光学、电磁学、热力学、声学等领域的演进过程^[23]。在纽约举行的纪念牛顿去世200周年的学术会议上，卡约黎宣读了关于牛顿万有引力定律的论文。除了《自然哲学的数学原理》，卡约黎还修订了牛顿的《光学》。

在天文学方面，卡约黎对巴比伦人发现春分和秋分的史实进行了考证。

卡约黎长期关注美国海岸线测量的历史，曾发表《瑞士测地术与美国海岸线测量》一文；出版美国海岸线测量的首位督察哈斯勒(F. R. Hassler, 1770—1843)的传记(1929)；利用珍贵的一手资料，首次清晰地还原了美国海岸线测量的兴衰史。卡约黎最后一次公开露面是在北卡罗莱纳州的达勒姆举行的科学史大会上，他宣读了长篇论文《美国测地学100年》^[24]。

历史与教育

卡约黎是最早关注数学史与数学教育关系的美国学者之一，他的教育思想之一即是“学科历史为学科教育服务”。

首先，一门学科的历史知识乃是“使面包和黄油更加可口的蜂蜜”“有助于使该学科更具吸引力”^[25]，能够激发学生的学习兴趣、使他们树立正确的价值观。他在《数学史》^[7]前言里指出，数学史对于教师具有重要价值：“如果

用历史回顾和历史轶事点缀枯燥的问题求解和几何证明,学生的学习兴趣就会大大增加。……通过历史的解说,教师可以让学生明白:数学并不是一门枯燥呆板的学科,而是一门不断进步的生动有趣的学科。”实际上,在他编写的数学教材中即包含数学史知识。

其次,一门学科的历史是这门学科的教学指南,因为学生的理解具有历史相似性:“学生所遭遇的困难往往是相关学科的建立者经过长期思索和探讨后所克服的实际困难”^[25]。实际上,《初等数学史》是“为教育而历史”的典型例子,书中对算术、代数、几何与三角的历史考察,无不为了寻求教学方法上的借鉴。例如,根据负数的历史,卡约黎得出结论:“在教代数的时候,给出负数的图示是十分重要的。如果我们不用线段、温度等来说明负数,那么现在的中学生就会与早期的数学家一样,认为它们是荒谬的东西。”^[8]史密斯曾从数学教育的角度对《初等数学史》给予积极的评价:“从教学的角度看,作者的努力是值得褒扬的。卡约黎是一位热衷于改善教学的人。他深知科学所走过的错综曲折的道路,他锐意革新,希望将来的道路更平直。他力主度量衡制度的教学,力主从粗鄙的复比例方法回归到算术分析,力主用指数记号代替普遍采用的不科学的根号,力主各种迫切需要的改革。……因此我们可以认为,本书是初等数学通史最有用的著作之一。”^[26]

在卡约黎的大量论文中,我们都能感受到一种教育关怀。未知数为什么用 x 来表示?指数记号是如何演进的?“数学归纳法”之名是如何产生的?“对数”之名是怎么来的?纳皮尔对数就是自然

对数吗?为什么等差和等比级数又叫算术和几何级数?牛顿墓碑上刻着二项式定理吗?为什么芝诺要提出他的四个悖论?四维空间概念是如何诞生的?……卡约黎在论文中都一一提供了答案。为什么要学数学?数学有何用?当我们面对公众和学生的质疑时,卡约黎的著作又给我们以启迪——他通过对历史上731位名人的数学观的统计,发现肯定和否定数学教育价值的人数之比为603:108!^[27]

卡约黎的教育思想以及关于数学史与数学教育关系的研究,为20世纪70年代数学史与数学教学关系这一研究领域的诞生奠定了基础。我们今天的“教育取向的数学史研究”“历史相似性实证研究”均可在卡约黎的著作中找到思想源头。

基础与应用

卡约黎的另一教育思想是“基础科学教育与应用科学教育不可偏废”。在古代斯堪的纳维亚神话里,有一棵神奇的参天大树,其枝条遍及整个世界,树根有一口井,大树从中汲取养料。卡约黎把20世纪的工业比成神话中的这棵大树,把基础科学比成树根的这口井。

卡约黎指出,工业进步与科学研究息息相关:没有法拉第(M. Farady, 1791—1867)和亨利(J. Henry, 1797—1878),就没有摩尔斯(S. Morse, 1791—1872)的有线电报;没有麦克斯韦(J. C. Maxwell, 1831—1879)和赫兹(H. Hertz, 1857—1894),就没有马尔科尼(G. Marconi, 1874—1937)的无线电报。当机械发明与纯科学研究携手前行时,两者将快速进步;同样,当基础科学教育与应用科学教育并驾齐驱时,两者也将会以最快的速度发展。

卡约黎拿英国和德国进行比较。德国学校清楚地看到基础科学乃是应用类课程的基础,纯科学的教育提供了保持工业上领先优势所必需的适应能力,因而德国人能很快地利用有机化学上的最新发现,而英国人则未能认识到“科学乃一切持久工业运动之能源”的道理。结果,英国的染料出口在9年间减少了30%;英国的染料产品被德国的染料所取代。1887年,德国化工产品出口是英国的4倍,而到了1902年,前者上升到后者的10倍!不仅如此,德国在医药、香水、糖等产品的制造上遥遥领先。

卡约黎指出,美国的大学要培养年轻人解决重大工业问题、推动科学进步的能力。仅仅学习应用科学,不能达到这一目标;把学生训练成按部就班的操作机器,不能达到这一目标!学生必须受到纯科学的训练^[28]。

卡约黎的观点在今天看来已显得很平凡,但无可否认,在今天的高校,急功近利使得大多数学生将基础科学视若畏途。重温卡约黎一个多世纪前那苦口婆心的告诫,对我们也许是不无裨益的。

科研与教学

根据数学史家、布朗大学的阿奇巴尔德(R. C. Archibald, 1875—1955)的不完全统计^[29],卡约黎出版的专著和教材以及发表的论文、书评等多达286种,卡约黎成了他那个时代“数学史、物理学史和天文学史方面最多产的作者之一”^[6]。

卡约黎曾说,科学史向学生昭示了坚持不懈的必要性^[25],而他自己也正是坚持不懈、勤学不怠的卓越典范。没有人能比一个曾经与死神擦肩而过的人更懂得珍惜时

间。他能利用每一点闲暇来思考、写作。在科罗拉多的20年里,不知有多少个炎热的暑假,卡约黎都是在芝加哥的约翰·克雷拉图书馆度过的,当他人享受休闲时,他却享受着学术研究的快乐。

统计学家戴维斯在科罗拉多学院读书期间,有一次拜访卡约黎教授,有幸参观了他的书房。但见沙发上高高堆着论文抽印本;书桌上堆满了论文,论文上方突出了一根坚硬的金属弹簧,弹簧上系着一根细绳,绳上挂着一支铅笔……地板上堆满了书,细看这些书的封面,一尘不染,可见书的主人常常翻看……^[1]从戴维斯的描述中,我们大致可以想象,那一篇又一篇的学术论文、一部又一部的学术著作是如何在卡约黎笔端诞生的。

科研丝毫没有影响卡约黎的教学,相反,在科研和行政工作的同时,他一直承担着繁重的教学工作,并热心参与学生社团活动,成了科罗拉多学院最受学生喜爱的教授。

“Cosine A, Cosine B, 啦啦啦啦卡约黎。”这是1890年代科罗拉多学院的足球歌。在19世纪末和20世纪初,卡约黎的名字几乎成了科罗拉多学院的代名词,可见他在整个学院具有无与伦比的影响力。

卡约黎是一名非常严厉的教师,对学生要求极高。据一位名叫哈蒂·芬蕾·琼斯(H. F. Jones)的女学生回忆,在一次微积分课上,卡约黎教授问一位心不在焉的男生:“××同学,莱布尼茨何许人也?”那位学生支支吾吾:“呃……呃……他是法国人,对吧?”“法国人,”教授怒吼:“他是爱尔兰人!爱斯基摩人!巴塔哥尼亚人!哼,法国人!”^[1]另一位学生、著名统计学家戴维斯(H. T. Davies, 1892—1974)回忆,卡

约黎极不容忍不认真的学生,懒学生都怕他。一次,全班学生都没有好好预习,一问三不知,愤怒的卡约黎把书本举过头顶——几乎顶到天花板上,然后将其重重摔到课桌上:“难倒你们都是稻草人?都给我滚出去!”学生们只好灰溜溜地走出教室^[1]。

但严厉并未影响学生对他的爱戴与崇敬。1910年,科罗拉多学院学生刊物《派克峰珍宝》(*Pikes Peak Nugget*)刊登了一幅卡约黎和他的同事、数学和天文学教授家弗兰克·劳德(F. H. Loud, 1852—1927)骑自行车同行的漫画,后面附诗一首:

这是我们的良师,
装扮得实在是不合时宜。
骑着绝版的古董自行车,
一路快马加鞭向前飞驰。

那古稀的镶边帽,
遮盖着余弦和一切奇事。
纵然数学充满艰难险阻,
依旧英勇无畏日复一日。

……

如果说上述诗文含有戏谑的成分,从中我们还不能真正了解学生对卡约黎的真实评价的话,那么,1918年5月卡约黎将辞职转任加利福尼亚大学任数学史教授的消息传出后,学生报纸《虎》(*The Tiger*)上发表的社论则更真实地反映了卡约黎在学生心目中的地位(“卡约”是学生对他的昵称):

“卡约黎主任是三十年间学院最著名、最受喜爱的教授。上周五,校方宣布,他已经辞职,明年将不再回到我们身边。这或许是科罗拉多学院学生团体所遭受的最大打击。不仅因为他作为教师的重要价值,更因为他与我们之间的深厚友谊和亲密关系,才使学生们感到如此巨大的损失。

“卡约”比其他任何人都更亲近本学生社团。通常是“卡约”在烤肉野餐会上演讲;是“卡约”在教堂里谈论即将发生的事件;是“卡约”总是参加野餐、节日和球赛。若没有我们的“卡约”光临或与之相关,任何形式的学生活动都算不上完善。

……作为数学家,卡约黎主任誉满全球,世间罕有其匹。他的课本和论著在世界各地出版。我们当然为“卡约”的所有成就而自豪,但我们尤其因为他为我们所做的一切而骄傲,正因为如此,我们对他永志不忘。作为朋友和教师,卡约黎的价值无可估量,我们将永远怀念那些拥有“卡约”的日子!”^[30]

一位教师能受到学生如此的爱戴,他一定是无比幸福的。这不禁让我们感慨:在高校重科研轻教学的今天,我们中间又有几人能拥有这种幸福感?

评价与启示

萨顿曾经告诉我们,查阅历史上那些不朽的科学史论著有两种方式:一种是“忘恩负义的方式”,一种是“感恩戴德的方式”^[31]。诚然,今天我们已经拥有斯特洛伊克的《数学简史》、克莱因的《古今数学思想》、波耶的《数学史》、伊夫斯的《数学史引论》、卡茨的《数学史通论》……,但卡约黎的《数学史》《初等数学史》《物理学史》《数学符号史》以及大量的数学史论文并未淹没在文献的海洋里而被世人遗忘,相反,它们仍然是我们案头的重要参考书。我们不妨像萨顿那样扪心自问:如果没有像卡约黎这样的开拓者的工作,我们又会怎样呢?我们对数学符号的历史、对芝诺悖论的历史、对计算尺的历史、对

有关数学概念的起源又能知道多少呢？我们没有理由不选择“感恩戴德的方式”来看待卡约黎的论著。

M·克莱因曾拿卡约黎与波耶(C. B. Boyer, 1906—1976)作比较，称前者“只是史料蒐集者，而不是数学史家”^[32]，但这样的评价实在是失公允的。诚然，波耶的数学史研究更为深刻(如微积分概念史)，但不要忘了，波耶是站在包括卡约黎在内的数学史先驱者们的肩膀上从事研究的。卡约黎的工作在美国开创了一种研究传统，激发了人们对数学史的兴趣，确立了数学史在美国的学科地位，促进了人们对数学史与数学教育关系的认识。

卡约黎留给后人更多的是启迪。他的从数学研究到历史研究的历程告诉我们，一个人要成为一名有成就的数学史学者，必须具备扎实的数学基础；他对数学史与数学教育关系的认识告诉我们，“为教育而历史”的取向为数学史学科注入了鲜活的生命力；他对基础科学教育与应用科学教育关系的认识告诉我们，数学史家不应该是皓首穷经、两耳不闻窗外事的书呆子；他既是著作等身的著名学者，而同时又是诲人不倦的教学名师，他的人生又告诉我们，科研和教学本可以并行不悖，科研不应成为大学教授忽视本科教学的理由。为学为师，卡约黎为后人留下了一笔丰厚的精神财富。

(2014年2月14日收稿) ■



参考文献

- [1] FAUVEL J. Florian Cajori and the golden age of Colorado college: a 140th birthday tribute [J/OL]. [2014-02-14]. <http://www.coloradocollege.edu/dept/ma/history/Faculty/CajFauvel.html>.
- [2] CAJORI F. The multiplication of semi-convergent series [J]. Bulletin of the American Mathematical Society, 1895, 1: 180-183.
- [3] CAJORI F. Divergent and conditionally convergent series whose product is absolutely convergent [J]. Transactions of the American Mathematical Society, 1901, 2: 25-36.
- [4] CAJORI F. The application of the fundamental laws of algebra to the multiplication of infinite series [J]. Bulletin of the American Mathematical Society, 1902, 8: 231-236.
- [5] CAJORI F. Series whose product is absolutely convergent [J]. Bulletin of the American Mathematical Society, 1903, 9: 188-194.
- [6] SMITH D E. Florian Cajori [J]. Bulletin of the American Mathematical Society, 1930, 36 (11): 777-780.
- [7] CAJORI F. A history of mathematics [M]. New York: The Macmillan Company, 1911.
- [8] CAJORI F. A history of elementary mathematics [M]. New York: The Macmillan Company, 1917.
- [9] CAJORI F. The early mathematical sciences in North & South America [M]. Boston: The Gorham Press, 1928.
- [10] CAJORI F. Historical note on the Newton-Raphson method of approximation [J]. American Mathematical Monthly, 1911, 18(2): 29-32.
- [11] CAJORI F. Horner's method of approximation anticipated by Ruffini [J]. Bulletin of the American Mathematical Society, 1911, 17 (5): 409-414.
- [12] CAJORI F. History of the exponential and logarithmic concepts [J]. American Mathematical Monthly, 1913, 20 (1-5): 5-14, 35-47, 75-84, 107-117, 148-151, 173-182, 205-210.
- [13] CAJORI F. Notes on the history of the slide rule [J]. American Mathematical Monthly, 1908, 15 (1): 1-4.
- [14] CAJORI F. A history of the logarithmic slide rule and allied instruments [M]. New York: the Engineering News Publishing Company, 1909.
- [15] CAJORI F. Notes on the early history of the slide rule [J]. Colorado College Publication, General Series, 1915(84): 234-237.
- [16] CAJORI F. The history of Zeno's arguments on motion [J]. American Mathematical Monthly, 1915, 22 (1-9): 1-6, 39-47, 77-82, 109-115, 143-149, 179-186, 215-220, 253-258, 292-297.
- [17] CAJORI F. A history of the conceptions of limits and fluxions in great Britain from Newton to Woodhouse [M]. Chicago: The Open Court Publishing Company, 1919.
- [18] SARTON G. Review of Newton's mathematical principles of natural philosophy and his system of the world [J]. Isis, 1935, 23 (2): 456-457.
- [19] CAJORI F. A history of mathematical notations (Vol. 1) [M]. La Salle: The Open Court Publishing Company, 1928.
- [20] CAJORI F. A history of mathematical notations (Vol.2) [M]. La Salle: The Open Court Publishing Company, 1929.
- [21] SARTON G. Review of Cajori's a history of mathematics notations (I) [J]. Isis, 1929, 12 (2): 332-336.
- [22] SARTON G. Review of Cajori's a history of mathematics notations (II) [J]. Isis, 1930, 13(1): 129-130.
- [23] CAJORI F. A history of physics [M]. New York: The Macmillan Company, 1927.
- [24] CAJORI F. A century of American geodesy [J]. Isis, 1930, 14 (2): 411-416.
- [25] CAJORI F. The pedagogic value of the history of physics [J]. The School Review, 1899, 7(5): 278-285.
- [26] SMITH D E. Review of Cajori's a history of elementary mathematics [J]. The School Review, 1897, 5(3): 184-188.
- [27] CAJORI F. Mathematics in liberal education [M]. Boston: The Christopher Publishing House, 1928.
- [28] CAJORI F. Address at the cornerstone ceremony for palmer hall [J/OL]. [2014-02-14]. <http://www.coloradocollege.edu/dept/ma/history/Topics/PalStone.html>.
- [29] ARCHIBALD R C. Florian Cajori, 1859-1930 [J]. Isis, 1932, 17 (2): 384-407.
- [30] Anon. Editorial [N]. The Tiger, 1918-05-14.
- [31] 萨顿. 科学的历史研究[M]. 刘兵, 等译. 上海: 上海交通大学出版社, 2007: 59-94.
- [32] 克莱因. 怀念卡尔·波伊尔[J]. 彭婉如, 洪萬生, 译. 科学月刊, 1985, 16(5): 365-369.

Florian Cajori: A prolific scholar and beloved teacher

WANG Xiaoqin

Department of Mathematics, East China Normal University, Shanghai 200241, China

Key words Florian Cajori, history of mathematics, history of mathematical notations

(编辑: 温文)