

· 人物评传 ·

邹腾：19世纪数学史家、丹麦数学的先驱者

赵瑶瑶 汪晓勤

(华东师范大学数学系, 上海 200062)

摘要: 作为19世纪法国几何学泰斗沙勒最好和最忠实的弟子, 丹麦数学家邹腾继承了沙勒的有关理论, 进一步发展了枚举几何学。在数学史方面, 他开创了古希腊数学史研究传统, 成为19世纪末最重要的数学史家之一。邹腾为丹麦数学登上国际舞台做出了杰出的贡献, 对丹麦大学数学教育产生了深远的影响, 成为丹麦现代数学的先驱者。对于后人而言, 邹腾的学术成就和人格情操都是一笔宝贵的精神财富。

关键词: 邹腾 枚举几何学 数学史 希腊数学

(中图分类号) N0 (文献标识码) A (文章编号) 1000-0763- (2007) 03-0077-09



19世纪下半叶是丹麦历史上十分重要的时期。新思潮的引入、民主宪法的颁布、铁路的建设、电报的应用、工业大公司的涌现、新创造发明的迭出, 所有这一切都深刻地改变着这个北欧国家的社会。人们开始崇尚理性、重视自然科学, 数学的发展获得了良好的契机。在文法学校, 数学课程的地位日益提高; 拥有大学数学学位的年轻人有了更多进文法学校任教的机会; 数学和自然科学专业从哥本哈根大学哲学系分离出来; 专业数学杂志创刊; 私人组织的数学会议也开始出现; 丹麦数学会成立。有人把19世纪70年代称为“丹麦近代数学的剧变期”^{〔1〕}。在这个特殊的历史时期, 有一位数学家为自己的祖国登上世界数学大舞台做出了杰出的贡献, 成了丹麦数学的先驱者之一。他就是本文的主人公邹腾(H.G.Zeuthen, 1839—1920)。

邹腾这个名字对大多数普通中国人来说, 或许还很陌生, 事实上介绍他的英文资料也并不多。但这丝毫无损于他在丹麦乃至世界数学史上的地位和影响。邹腾的整个职业生涯几乎都是在哥本哈根度过的, 但是世界上每个代数几何学家都不会不知道他的名字。他也是19世纪最重要的数学史家之一, 我们今天所了解的古希腊数学知识很大一部分源于他深刻的历史研究。

一、求学时期

邹腾于1839年2月15日出生在丹麦的格日米斯托(Grimstrup)。父亲邦·邹腾(F. L. B. Zeuthen, 1805—1874)是一位教会牧师。邹腾祖父的祖父是一位名叫劳理得森·邹腾(J. L. Zeuthen, 1573—1628)的牧师,

(收稿日期) 2006年7月25日

(作者简介) 赵瑶瑶(1981—)女, 华东师范大学数学系硕士研究生。

汪晓勤(1966—)男, 博士, 华东师范大学数学系教授。

他曾在奥胡斯（Aarhus）的拉丁学校读书，在那里，老师给他取了邹腾（Zeuthenites）这个拉丁姓氏，由此他成为了第一个邹腾。

邦·邹腾是一位聪明、博学的牧师。年轻时，他如饥似渴地读书，学习了几何、拉丁文和历史。后来他又着迷于哲学和神学，最终获得了博士学位。1835年与21岁的劳柏（M. H. J. Laub）结为伉俪。他们有三儿二女，这是一个非常幸福美满的家庭。母亲温柔、聪慧、严肃、乐观，受牧师父亲的影响，一生持守着坚定的宗教信仰。父亲正直、严肃、内向、自律，是小邹腾的启蒙老师，培养了他对科学和文学的兴趣，以及不迷信权威、用批判的眼光看待一切问题的态度。

1849年，邹腾和哥哥弗雷德里克随父来到西兰岛的索勒（Sorø）镇，就读于那里的索勒学院。索勒学院是一所历史悠久的名牌中学，1586年由丹麦国王创办，索勒镇正是因为这所学校而发展起来的。虽然索勒学院是一所传统的寄宿学校，但从1822年起它也接受像邹腾兄弟这样的走读生。兄弟俩在索勒学院主修的是大学预科的课程，包括拉丁文、希腊文、数学、法文、德文和希伯来文。早期多种语言的学习为邹腾后来的学术研究，特别是数学史研究，打下了坚实的基础。邹腾的学习成绩比他哥哥好，以全校第一的优异成绩毕业。

邹腾在成长过程中，与哥哥弗雷德里克（F. Zeuthen, 1837—1915）的关系特别亲密。弗雷德里克后来成了一位有名的牧师。哥哥十分疼爱 and 照顾邹腾。1863年，当邹腾还在巴黎求学时，正在服兵役的弗雷德里克致信父亲，要求父亲把答应寄给他过圣诞的钱寄给弟弟，因为他觉得弟弟会更好地利用这笔钱。此外当邹腾在科学界崭露头角时，弗雷德里克既高兴又骄傲，并尝试去了解邹腾的数学世界。有一次，邹腾给一个大学纪念文集写了一篇文章，哥哥很仔细地研读了该文，还写了一篇短评，其中的批评是如此之强烈以致邹腾颇受打击，但邹腾不得不承认兄长的批评是正确的，他回信称自己以前从未听到过如此尖锐的批评。

在索勒学院，邹腾结识了彼得森（P. C. J. Petersen, 1839—1910），两人后来成为终生挚友。彼得森和邹腾同一年进索勒学院，主修商业课程，其中包括数学与自然科学以及法、德、英文。彼得森也着迷于数学，常常和邹腾彼此出题，还曾经讨论过三等分角问题。1909年，邹腾回忆当年的情景时说，与彼得森的相识与合作让他在科学研究上受益良多。1856年，彼得森从索勒学院毕业进入丹麦工学院（今丹麦理工大学），不久从土木工程专业转到了数学专业。创建于1829年的丹麦工学院为当时的丹麦工业化培养了众多优秀的工程师。

在80岁生日接受哥本哈根大学校报采访时，邹腾回忆了在索勒学院的日子。当时的他觉得数学特别简单，也不需花时间去学。但在一次期末考试中他遇到了麻烦。口试部分，第一个问题要求用欧几里得的方法证明勾股定理。这对他来说可是一个大难题，平时的他可都是凭直觉打天下的！或许正是这次尴尬的经历，让他看到了数学作为文化的一面。第二个问题要求算出 $\sqrt{-a}\sqrt{-b}$ 的乘积，他又凭直觉得出 \sqrt{ab} ，浑然不知课本上已经明明白白写着 $-\sqrt{ab}$ ！之后是45分钟的代数笔试部分，由于好胜他匆忙交卷，结果遗漏了一个重要答案。真是一次惨痛的教训，难怪邹腾到80岁还记忆犹新。

邹腾的字写得很糟糕，说话还会结巴。索勒学院的院长波杰森（Bojesen）曾经沮丧地对他说：“邹腾先生，将来你能做什么呢？不能做牧师，因为在讲台上发出太多的‘啊……啊……’会惹听众发笑。也不能做律师，因为没有一个人部门主任能忍受如此潦草的字迹。”^[1]但谁也没有想到，邹腾最终会成为一名大学教授，并且还当上丹麦艺术与科学院的秘书。

邹腾兄弟俩同时于1857年从索勒学院毕业，然后一起进入哥本哈根大学深造。一开始，他们住在疼爱他们的姑姑索菲（Tante Sophie）家。第二年，兄弟俩搬到了柯勒吉恩（Ehlers Kollegium）的学生宿舍。很快，他们便建立起自己的朋友圈子，其中很多人后来都成了丹麦的名流。学生时代的生活也不尽是枯燥乏味的，弗雷德里克曾在1860年2月的家书中谈到一次狂欢节的情景。

辩论会是他们生活的重要组成部分。宿舍里总是回响着争辩的声音：诗歌、戏剧、哲学、神学以及教会问题，他们无所不谈。另外，还组织一些正式的辩论小组。50年后，当邹腾回忆其中一个小组时说到：

“我们每月大约聚一次，讨论科学、社会、政治，可能还有宗教问题……与其他小组不同，

我们完全由自己（而不是应邀前来的大人）组织和展开讨论。我们既有严重的分歧，又有高度的共识，因此这些讨论促进了个人的发展。”⁽²⁾

当时，这些小组的水平已经相当高，其中一位小组长后来成了丹麦最激进的文人，另一位小组长成了丹麦最保守的宗教组织领袖。

1858年，邹腾以优异成绩通过了哲学考试，开始学习数学。起先，他打算读工程学，但又想将来去教书，于是就在1858年初转到了数学专业。学习了数年的基础课之后，邹腾开始独立钻研法国大几何学家沙勒（M. Chasles, 1793—1880）和萨勒蒙（G. Salmon, 1819—1904）的著作。创刊于1859年的《数学学报》（*Matematisk Tidsskrift*）是丹麦历史上第一份数学期刊。邹腾常常在该期刊上提出问题、刊登解答，还发表各类小文章，这给他的学习与研究带来了许多灵感。后来他在自传里谈到，不管这些文章对读者来说是否重要，但对他而言，的确帮助了他在数学上的发展。1862年春，邹腾获得硕士学位。

此后一年半，邹腾继续在数学领域，特别是几何学方面做研究。1863年秋，24岁的邹腾获奖学金去巴黎学习，成为沙勒的学生。他在法兰西学院和巴黎大学听沙勒和其他著名数学家的课。七十高龄的沙勒是当时法国几何学的泰斗⁽³⁾。他深刻的洞察力、渊博的学识以及对学友所表现出的友善与大度，都深深打动了邹腾。沙勒在研究方向上的引导、在研究方法上的指点以及在精神上的热情鼓励对这位年轻的丹麦数学家产生了深远的影响。通过沙勒，邹腾还认识了其他一些著名数学家，包括法国数学家达布（G. Darboux, 1842—1927）、德国数学家克莱茵（F. Klein, 1849—1925）以及挪威数学家李（S. Lie, 1842—1899）。

1864年2月，普鲁士和奥地利对丹麦发动了侵略战争。4月，邹腾回到丹麦，应征参加炮兵军官训练，但是还没等到训练结束，战争就于当年10月以丹麦的战败而结束。1865年1月，他又回到了柯勒吉恩的学生宿舍，重拾他在巴黎所做的研究工作，进一步发展了沙勒关于平面圆锥曲线的枚举理论。6月，他将自己的工作整理成文作为博士论文递交，同年10月22日被答辩委员会接受，11月21日顺利通过答辩，获得数学博士学位。

1867年12月18日是邹腾结婚的大喜之日，他搬出了学生宿舍。新娘是他的室友兼挚友吉佩尔森（Emil Jespersen）的妹妹朱丽亚（J. H. Jespersen, 1846—1876）。后来，邹腾又结了两次婚，第一任妻子朱丽亚去世后，他于1879年娶朱丽亚的姐姐玛利亚（L. M. C. Jespersen, 1842—1886），玛利亚生有一子。第三任妻子是索非亚（S. C. F. Lawaetz, 1860—1936），她比邹腾小21岁，生有两个儿子和一个女儿。

二、职业生涯

从1866年到1869年，邹腾一直是哥本哈根大学的无薪讲师，任教高等几何以及动力几何学。无薪讲师顾名思义是没有薪水的，但是开设的课程是被列入大学课程目录中的。据邹腾1909年回忆，在他的学生时代很少有人敢去研究数学，因为这是一个“没有面包”的领域。然而邹腾是幸运的，因为他一直得到父亲的资助。

1850年，数学与自然科学专业从哥本哈根大学哲学系中分离出来，独立成系。1861年丹麦数学家斯汀（A. Steen, 1816—1886）成了哥本哈根大学数学与自然科学系的第一个数学教授，同时也兼任工学院的数学教授。在当时的丹麦，惟有这两所高校设有数学教职。虽然斯汀的数学才能不及邹腾，但他却是邹腾的伯乐。1870年，在斯汀的极力推荐下，邹腾被聘为临时几何学讲师。1871年初，斯汀在哥本哈根大学成功添设了第二个数学教职⁽¹⁾。同年7月4日，邹腾被正式聘为数学助理教授。1875年，数学与自然科学系任命他为教授，因为他事实上已经在做教授的工作了。1883年5月1日，在斯汀教授的坚持下，邹腾才被正式聘任为副教授。1885年，斯汀教授退休，邹腾接替了他在工学院的数学教职。翌年，斯汀教授逝世，邹腾才于当年10月1日被哥本哈根大学正式任命为正教授。而好友彼得森在1871年获得博士学位之后一直在工学院任讲师。1887年，在当时全丹麦唯一的数学教授邹腾的强烈要求下，哥本哈根大学聘任彼得森为第二个数学教授。就这样，索勒学院当年的两个伙伴成了当时丹麦唯一一所大学仅有的两位数学教授，此后，他们共同主宰了丹麦数学界整整40年（1870—1910），他们的工作为19世纪末丹麦数学赶上国际水平做出了重要贡献。

多年来，邹腾在哥本哈根大学和工学院教书的同时，编写了解析几何、流体静力学、动力学、图解静

力学、圆锥曲线论、枚举几何学以及数学史方面的课本和讲义。在哥本哈根大学，邹腾还开课给学生介绍自己在几何学和数学史方面的研究成果。直到1910年2月，将近71岁的邹腾终于到达工作年龄的极限，退休了。

在哥本哈根大学，邹腾不仅做数学教学工作，还积极参与学校管理的工作。从1886年开始他就是学校最高管理机构的成员；从1891年开始他是学校的两个审计员之一；他也曾是学生住宿管理机构的主席；分别于1895—1896年和1906—1907年两度担任校长。在社会上，他也积极参加各种社会组织，曾担任丹麦传教会理事、圣雅各教会协会理事、哥本哈根教会建设基金会理事等等。

邹腾的一生与《数学学报》结下了不解之缘。在长达60年时间里，他一直协助该期刊的出版工作，从1871年开始直到1889年，他连续担任了18年的主编^①。这份期刊随着邹腾的声誉远播而渐渐广为人知，常常被称为《邹腾杂志》，一如德国的《克雷尔杂志》和法国的《刘维尔杂志》。此外，邹腾也担任过三份国外著名数学期刊——《巴勒摩数学会学报》^②（*Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*）、《数学学报》^③（*Acta Mathematica*）、《数学科学公报》^④（*Bulletin des Sciences Mathématiques*）的编委。

邹腾还参与创建了丹麦数学会。后任哥本哈根大学天文学教授的蒂勒（T. N. Thiele, 1838—1910）最早提出创建数学会的设想。1873年10月8日，哥本哈根大学数学教授斯汀在学会成立大会开幕时作了关于19世纪丹麦数学发展史的报告。会上制定了学会规章，并选出了委员会。委员会由蒂勒、邹腾和彼得森三人组成，当时的邹腾还是哥本哈根大学的助理教授，而彼得森则是丹麦工学院的数学讲师。在此后的30年中，邹腾和彼得森经常为数学会例会做学术演讲。

1872年12月6日，33岁的邹腾当选丹麦皇家艺术与科学院院士。约5年后，邹腾以22张选票（总共33张）的绝对优势当选为艺术与科学院的秘书。这一工作他一做就是39年，直到1917年他主动让贤，是所有秘书中任期最长的一位。作为艺术与科学院的院士，邹腾做了很多数学和数学史演讲，但大多数演讲内容都没有正式发表。作为秘书，他主持艺术与科学院的日常工作，参与审稿、批阅科学院奖金方案、记录科学院日志、起草书信和提案等等，一丝不苟、鞠躬尽瘁。除了因为在国外长途旅行而缺席一次会议外，他没有错过科学院的其他任何会议。

1888年2月17日，邹腾与同事联合发起了一场允许在艺术与科学院院刊上使用外语的运动，引起丹麦学术界的激烈争论。邹腾是一位具有国际视野的大数学家，他十分重视国际交流，迫切希望丹麦的学术早日走向世界。他认为，丹麦艺术与科学院拥有可供外国人阅读的机关刊物是很有必要的，可以藉此加强与国外学者的交流，有利于本院院士在国外期刊上发表论文；也可以增加本院的国际影响，提高国际知名度。然而，反对者也提出诸多不利因素。最后双方达成协议接受法文，争论才得以暂时平息。显然，这次运动对《数学学报》也产生了影响，因为从1890年开始它接受外文稿件，包括外国数学家的稿件。

第一次世界大战之后，艺术与科学院遇到了一个棘手的政治难题。战争期间，协约国与同盟国的科学界断绝了关系。1918年，协约国的科学家组建了新的国际科学合作组织——国际研究会（*International Research Council*），他们邀请中立国的科学家加入，但拒绝接纳战败的同盟国的科学家。作为中立国的丹麦是否应加入国际研究会？这引起丹麦科学界的争论。邹腾和他的合作者、丹麦著名语言学家海伯格（J. L. Heiberg, 1854—1928）提出，是否加入一个新的国际科学组织的标准应该是看该组织是否能够促进广泛的（而非狭隘的）国际合作的恢复。1819年，丹麦艺术与科学院加入了国际研究会，但保留恢复战前已有国际合作的权利^①。历史雄辩地证明：邹腾和海伯格的观点是正确的。

邹腾为丹麦数学的发展做出了巨大贡献，并为丹麦争得了许多国际荣誉。他的博士论文是丹麦大学论

①第一任主编是提奇森（Camillo Tychsen, 1826—1888）（1859—1870），邹腾之后，第三和第四任主编分别为朱尔（Christian S. Juel, 1855—1935）（1890—1915）和希加德（P. Heegaard, 1871—1948）（1916—1918）。其中希加德是邹腾在哥本哈根大学的得意门生。1918年，丹麦数学会接管了这份杂志。

②意大利的巴勒摩数学会创建于1884年，是当时最著名的数学会之一，拥有众多的会员，包括外籍会员。到1914年5月，它的会员多达932人，其中美国和德国会员各有141人。《巴勒摩数学会会刊》创办于1885年，1887年出版第一期。1914年在巴勒摩数学会成立30周年之际，哥丁根的德国著名数学家兰道（E. Landau, 1877—1938）称该杂志是当时世界上最好的数学杂志。

③瑞典数学杂志，创办于1882年，是一本国际性的数学杂志。

④法国数学杂志，创办于1873年。

文标准提高后20年内的第一篇。他是丹麦历史上第一个在国际重要学术刊物上广发论文的数学家，也是丹麦历史上第一个多产的数学家，共发表论文约150篇，出版著作10部。另外，他还为《丹麦传记辞典》撰写了许多19世纪丹麦数学家的传记。继沙勒1867年成为伦敦数学会外籍会员之后，邹腾于1875年当选为该会外籍会员。邹腾也是第一个成为国外主要科学院（共计16个）院士的丹麦数学家。1888年，柏林科学院授予他斯坦纳（Steiner）奖，表彰他在几何学上所取得的非凡成就。1902年，在挪威首都克里斯蒂安（今奥斯陆）举行的阿贝尔百年诞辰纪念会上，他被授予荣誉数学博士。此外，他还担任了1900年（巴黎）、1904年（海德堡）和1909年（罗马）国际数学家大会的副主席，以及1909年在瑞典首都斯德哥尔摩举行的第一届斯堪的纳维亚数学家大会的副主席。

三、学术成就

1863年，邹腾在熟悉了恩师沙勒的工作后，便开始自己的枚举几何学研究。他发现这是一片非常肥沃的研究领域，在这方面他最初的成果是他的博士论文“求圆锥曲线系特征的新方法”，后来该文被译成法文发表在法国的《新数学年刊》上。圆锥曲线系之特征概念是沙勒提出来的，指的是过平面上任一点的圆锥曲线数以及与平面上任一已知直线相切的圆锥曲线数，这两个数确定了一个圆锥曲线系。邹腾继承了沙勒的特征理论，同时也提出自己的新方法，他先确定过一点或与一条直线相切的圆锥曲线数，然后应用它们去求特征数。沙勒认为邹腾的研究难度很大，赞扬他“严谨、有才能、判断准确”⁽⁴⁾。

继博士论文之后，邹腾在枚举几何学领域的研究成果一发而不可收。他把沙勒的特征理论推广到三次和四次曲线系⁽⁵⁾⁽⁶⁾，正如沙勒所评论的那样，“在曲线一般理论中跨出了一大步”；他将沙勒的对应原理用于德国数学家普吕克（J. Plücker, 1801—1868）所提出的平面曲线奇点关系的证明，并完善了英国数学家凯莱（A. Cayley, 1821—1895）关于空间曲线和代数曲面奇点的理论⁽⁷⁾；他还对具有一一对应点的曲线或曲面的性质做了研究⁽⁸⁾。由于枚举几何方面的杰出工作，邹腾被人们公认为是沙勒最好、最忠实的弟子。

1875年之后，邹腾的研究领域更广泛了。他开始撰写力学方面的著作，同时在代数曲面理论方面做出了重要贡献。他又发展了枚举运算：计算与给定曲线束相切的曲线的数目。由于几何学的走势逐渐趋近严格，该理论曾经被忽视多年，直到近年才重新得到人们的肯定⁽⁹⁾。

19世纪70年代以前，人们丝毫没有看出沙勒的数学史研究对邹腾有何影响。然而，约从1876年开始，邹腾对数学史研究产生了日益浓厚的兴趣，他的研究方向开始拓展到该领域。在他一生所发表或出版的论著中，数学史论著约有40余种，一些数学史的优秀课本相继被译成德语、法语、俄语和英语，其中一些已成为经典之作。对邹腾的著作，人们的评价是：阅读他的数学史著作是倾听历史的很好途径，读者在了解古代数学家生平轶事的同时也领会了他们的数学思想。1903年，法国科学院为了表彰他在数学史领域所做的贡献，授予他首届比努（Binoux）奖。

邹腾认为，每一位拿数学学位的学生都应该熟悉欧几里得的《几何原本》和笛卡儿的《几何学》。在写于1876年的第一篇数学史论文中，他指出数学专业学生学习数学史的必要性。他认为，通过数学史的学习，学生不仅能获得一种历史感，而且，通过新的角度，将对数学产生更敏锐的理解力和鉴赏力。实际上，邹腾经常在课堂教学中讲述数学史，他的学生、丹麦著名数学家波尔（H. Bohr, 1887—1951）回忆道：“在与学生谈话时，邹腾很喜欢带领我们大家回溯数学的历史。听过他讲课的人永远都不会忘怀——我们真幸运，在这些课上，他几乎一直在滔滔不绝地讲。”⁽²⁾

邹腾的第一部重要数学史著作是1884年出版的《古代圆锥曲线的历史》，此书为我们展现了古代几何学的重要历史，其学术价值与沙勒的《几何方法的产生与发展历史概述》相伯仲。邹腾详细阐述了阿波罗尼斯关于圆锥曲线的研究，发现阿波罗尼斯是利用斜坐标系得出圆锥曲线性质的，还发现他是通过两束直线的投影来生成圆锥曲线。与邹腾同时代的法国著名数学史家坦纳里（P. Tannery, 1843—1904）对此书作了高度评价：

“邹腾的工作开启了一个新的时代；在他之前，人们对古代圆锥曲线历史的认识是不完整的。邹腾不仅仅为我们提供了一把开启历史的钥匙，而且还为我们指明了一种研究方法，使我们不再误入歧途。”⁽¹⁰⁾

法国著名数学家皮卡(É. Picard, 1856—1941)称:“可以说,没有人能比这位丹麦几何学家更好地理解古人的数学思想和推理方法了!”⁽¹⁰⁾

从1885年起,邹腾的数学史研究领域更广,研究问题更趋多样化,并保持着丰硕的成果。他研究了微积分最初的发展历史以及无理数理论的起源等。他的研究极富启发性,关于古希腊数学的众多研究成果被英国著名数学史家希斯(T. L. Heath, 1861—1940)写进他的名著《希腊数学史》中。例如,泰奥多鲁斯

(Theodorus, 465—398 B.C.)是如何证明 $\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{5}$ 、 $\sqrt{7}$ 、...、 $\sqrt{17}$ 是无理数的?邹腾推测,他是利用毕达哥拉斯学派熟悉的求两正整数最大公约数的方法、借助反证法来证明的⁽¹¹⁾。

19、20世纪之交,学术界兴起了对古希腊数学的系统研究。邹腾和坦纳里等人开创了一种研究传统,其目标是通过对比欧几里得《几何原本》这样的原始文献进行技术性和理论性分析,以此重构公元前5—4世纪希腊数学的发展情况。1896年,邹腾出版了一部更具影响力的数学史著作《古代与中世纪数学史》⁽¹²⁾,该书原文是丹麦文,后来相继被译成法文和德文等,中国学者也曾计划将其译成中文。书中,他着重讲述那些对教师和学生来说非常必要的数学史知识,用通俗的语言将过去的数学概念带到了今天。邹腾描述了大量真实的历史细节,展现了数学概念从原始的简单形式到今天相对完整的形式缓慢发展过程。因此这本书在学生和教师之间广受好评。

全书分三部分详细介绍了古希腊、印度以及中世纪的数学。古希腊数学部分首先介绍了毕达哥拉斯学派的数学以及几何代数这一具有古希腊特色的理论。之后介绍了其他代数以及几何方面的内容。如开方、比例的一般理论、球面几何、希腊几何的衰落等,还介绍了《几何原本》第5—9、11—13诸章的内容。正如他在前言中所说,在介绍《几何原本》的内容时,他尝试对所引用的每一个内容加上注解,以便读者能更好地理解并欣赏这部历史著作。他以尽可能贴近读者的方式去呈现古代著作中的思想和方法,因为他觉得读者很少有机会阅读这些原始文献。邹腾用《几何原本》来解释古希腊数学家们所严格遵循的逻辑形式,他并没有像其他学者那样发表支持或者反对的意见,只是尽可能地将真相告知世人,目的是保存这些历史遗产不使其遗失。印度数学部分重点介绍了数的符号、演算,代数理论以及几何。中世纪部分重点介绍了阿拉伯的算术、代数和三角学以及欧洲数学。

邹腾为我们理解古希腊数学提供了重要的视角。例如,邹腾认识到,作图在古代被认为是一种存在性证明,波尔认为,这一发现具有划时代的意义。另一个例子是,邹腾曾经推断,古希腊人是借助直觉的无穷小方法求得结果,然后再用穷竭法对结果加以证明的。1906年,海伯格在土耳其君士坦丁堡(今伊斯坦布尔)的耶路撒冷圣墓隐修院发现了遗失的阿基米德重要著作《方法》的手抄本,证实了邹腾的推断:阿基米德在《方法》中正是利用无穷小方法(阿基米德只将其看作发现的手段)获得曲边形(抛物弓形)面积和曲面体(球、椭球体等)体积的,而已知的阿基米德著作,如《论球与圆柱》、《论劈锥曲面体和球体》、《论抛物弓形求积》等都是用穷竭法对有关结果作出严格证明的。之后,海伯格与邹腾在《数学文献》上联合发表了“新发现的阿基米德著作”一文,其中海伯格提供了原文的翻译,邹腾做了长篇评注⁽¹³⁾。邹腾认为,我们不应该只是盲目地去问:古人用他们那些原始方法能够做些什么,而是要重新检验这些方法,看它们是否真的有用。

海伯格和邹腾的合作可谓珠联璧合、相得益彰。邹腾曾经说过,他的研究需要求助于有深厚文学功底又关注数学史的人,这个人就是海伯格了。他们的每次合作总会给人们带来惊喜,他俩的名声也因此远播国内外。

关于古希腊数学,邹腾的重要贡献之一是“几何代数”观点的提出。在邹腾看来,欧几里得的《几何原本》第二卷就像是一本用几何语言写的代数书。例如命题4:“如果一条直线段被任意分成两段,那么整段长度的平方就等于两小段长度的平方和加上以两小段为边长的矩形面积的两倍。”这就是代数恒等式

$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ 的几何描述。邹腾将这种用几何命题来解决代数问题的方法称为“几何代数”。后

来有人对此提出异议,如罗马尼亚—以色列科学史家萨贝泰(Sabetai Unguru)认为,《几何原本》第二卷前十个命题可以翻译成今天的代数形式,并不等于古希腊数学家知道这种形式,几何代数之说“唐突、天真、从历史上看站不住脚”⁽¹⁴⁾,但以范德瓦登(B. L. van der Waerden, 1903—1996)为代表的数学史家们则

支持并继承了邹腾的这种对于古希腊数学的诠释，今天，“几何代数法”已经成为人们十分熟悉的古希腊数学方法。

1903年，邹腾出版《16、17世纪的数学史》。书中，邹腾一方面介绍了16—17世纪的代数学和解析几何，其中大篇幅描述了笛卡儿和韦达的工作。另一方面，邹腾也介绍了微积分的历史，除了牛顿和莱布尼兹的工作外，邹腾还特别提到了牛顿的老师、英国数学家巴罗（I. Barrow 1630—1677）对微积分的诞生所起的重要作用。

1917年，邹腾又出版《归功于科学推理的数学改革——从柏拉图到欧几里得》一书⁽¹⁵⁾。该书简单回顾了柏拉图的逻辑思想，以及他所提出的科学推理。通过介绍《几何原本》中角概念的起源、无穷小量的研究、二次方程求解、立体体积等问题，归纳了欧几里得所使用的推理方法：原始的直觉想像——通过图形变换——证明的一般化——表述的一般化，这样一个发展过程。

邹腾和康托（M. Cantor, 1829—1920）被公认为是19世纪末最重要的两位数学史家。但是两者的研究方法截然不同。康托是史料的集大成者，他所关注的是每一位数学家所做的工作。他搜集了从古代到18世纪不计其数的一手或二手文献，再将这些资料以及观点汇合成为数学的发展史，再把它联系到人类文明史中。在某种程度上，康托的数学史缺乏对各个数学知识之间内在逻辑关系的分析。邹腾则是一位思想敏锐的数学家，他所关注的是数学思想与方法的发展轨迹。通过考察古代学者的数学著作，提取其中的数学方法及其逻辑联系，并加以深刻的分析，不时还通过自己的证明来填补历史的空白。邹腾总是强调，他是作为数学家而不是历史学家去研究数学史的。

早期，康托的《数学史讲义》对邹腾产生重要影响，邹腾称此书“以非同一般的完整以及值得信任的方式再现历史事实”⁽¹²⁾，他也谈到：“在我自己做研究时，康托的著作让我看到了更多重要的历史资料，只是我在理解和使用这些材料时，持有不同的观点。”⁽¹²⁾后来，由于两人在学术上的不同见解导致了一些争端，也影响到了他们的个人关系。邹腾是数学史名家中唯一一位没有为康托70周岁生日写纪念文章的人。

四、人格情操

邹腾的个人魅力是有目共睹的，从他工作以及生活的点点滴滴中我们都可以感受到这位受人敬爱的数学家的风采。

1865年，当他的博士论文还在印刷时，收到了恩师沙勒于当年9月4日发表在《法国科学院院刊》的论文。文中，沙勒把他的特征理论推广到空间上的圆锥曲线，并且承诺，在以后的论文中，他会把他的理论推广到二次曲面。邹腾读了沙勒的论文之后，便在自己博士论文的最后加了一段评论。那个夏天，邹腾显然将沙勒的理论推广到了二次曲面。但是，无论是在这段评论中，还是在40年后他为《数学百科全书》所写的长文中，邹腾都没有提及自己当时的研究。事实上，在收到沙勒的论文后不久，他就向丹麦艺术与科学院递交了一份关于二次曲面的手稿，他把论文装在一个密封的信封里，并附上了说明：在沙勒发表他所承诺的论文之前，不得打开信封。这充分显示了邹腾的谦逊及对沙勒的尊敬。后来人们发现邹腾的结果远远超过了沙勒的结果⁽²⁾。

邹腾面对优先权问题所表现出来的无私和平和也是令人钦佩的。1873年，邹腾对平面四次曲线作了深入研究，发现一般四次平面曲线的24个拐点中至多只有8个是实的。1875年，德国大数学家F.克莱茵（F. Klein, 1849—1925）推广了这一结果：一般n次平面曲线至多有 $n(n-2)$ 个实拐点，正好是总拐点数目的1/3。克莱茵给出这个结果的时候，并没有提到邹腾先前的工作。对于这件事，邹腾并没有懊恼；相反，他感到很高兴，因为自己的研究有了进一步的发展。

作为传记作者，邹腾的措辞有很高的技巧，对人的批评丝毫不含贬低意味。沙勒曾用拉丁谚语“无母的雏鸟”来形容笛卡儿的《几何学》，邹腾对此提出了异议。他认为笛卡儿的思想实际上来源于别的数学家，特别是费马。对此，他写道：“沙勒的赞扬并不过份。确实，笛卡儿的思想超越了他的前人，并且渗入到了更广阔的领域，标志着数学发展新时期的来临。但是，沙勒的表述似乎完全误导了我们。”⁽²⁾

1925年，邹腾的两位学生为庆祝与老师25年后的重聚写了一本书，其中回忆了邹腾在大学教书时的情形。学生汉森（A. Hansen）回忆说，邹腾先生既不善于辞令也不风趣，但却是一位友善、慈祥的老人。他对自己的专业和听众都表现出了无比的热情与兴趣，他总是尽可能地把课讲得清晰又有教育意义。他谦逊，

不摆架子，学生常常能从他那里得到一些中肯的建议和指导。与今天的大学教授截然不同，邹腾担任几乎所有数学专业课程的教学工作，伴随着每一个学生的成长，他还常常帮助学生找工作。工学院学生哈特曼（J. Hartmann）觉得邹腾说起话来不会中断，几乎都在结巴，但与他所流露出来的对数学的热爱相比，这一缺点变得微不足道。他对自己要求很高，有一次他不满意自己上的课，就当场在学生面前作自我批评，承诺以后决不会有类似的事情发生。

他的教授职务继承者波尔（H. Bohr, 1887—1951）60岁时回忆起自己1904年左右在工学院听邹腾的数学课，写道：

“正是邹腾教授这位杰出的科学家和特别慈爱的大好人，对我们这些学生产生了最为深刻的影响。邹腾算不上是一位出色的演讲者，因为他常常要用很长很复杂的句子来表达自己的意思。虽然年事已高，但对于教新生，他依然表现出浓厚的兴趣。同时，他也十分尽职，总是亲自批阅布置给我们的作业，也知道怎样给我们写一些富有启发性的评论……记得有一次，在我的一组练习后面，留下了他那独特的笨拙的笔迹：‘通过不同的坐标系，用多种方法来解同一个问题，这也许很有启发性，但你要记住，坐标系本身只是一种工具而已。’”⁽²⁾

邹腾不仅对工学院数学专业的学生，而且也对土木工程专业的学生产生了巨大的影响。如后来成为工学院名师的奥斯登夫德（A. S. Ostfeld, 1866—1931）即为其中之一。

邹腾深受学生和同事的尊敬与爱戴，在他七十岁生日时，他们送上一本纪念文集。八十华诞，他们把他的肖像制成一枚纪念章，并举办了数学界的庆祝会。邹腾自比《圣经》中站在圣山上的摩西，俯瞰应许之地，心中充满着满足与喜乐。在学术界之外，他也备受尊崇，曾先后于1880年、1898年和1910年被丹麦国王授以丹麦国旗骑士、丹麦二级国旗骑士勋章和丹麦一级国旗骑士勋章。

关于邹腾的逝世时间，有两份杂志曾错误地宣布为1919年2月15日。一是《美国数学会公报》，一是《数学教学》（法国）。前者在6月做了纠正，解释说15日那天是庆祝邹腾80华诞，也遥祝他快乐。后者解释说，他们只是转载了前者的报道，很高兴获悉邹腾还健在。对于提前宣布自己逝世消息的这两家报刊，邹腾将自己刚在艺术与科学院院刊上发表的论文“论代数的起源”作为礼物寄给了他们，邹腾的风度和胸襟令世人折服。1920年1月5日，邹腾做完每天例行的散步之后，突发心脏病，于第二天早上平静地离开了人世，享年81岁。

他被安葬在哥本哈根最大的墓地——阿西斯顿公墓。安葬在附近的名人还有物理学家和化学家奥斯特（H. C. Ørsted, 1777—1851）、童话作家安徒生（H. C. Andersen, 1805—1875），以及数学家波尔和他的哥哥、物理学家尼尔斯·波尔（N. Bohr, 1885—1962）。

邹腾的去世使丹麦学界陷入巨大悲痛，法国数学界也为失去这样一位伟大的数学家和数学史家而深感痛惜。皮卡为此在法国科学院院刊上为邹腾撰写了讣告，对邹腾做了高度评价：“在他身上闪耀的是智慧的光芒，体现的是人类纯朴与美好的品质。他将一生的时间都奉献给了科学和他的家庭。法国人民从此失去了一位忠诚的朋友以及一颗对法国的挚爱之心。”⁽¹⁰⁾

1989年7月30日到8月6日，为纪念邹腾诞辰150周年，哥本哈根大学数学研究所举办了邹腾研讨会，与会数学家们一起追溯当代数学有关领域与邹腾研究的渊源关系。此前近十年间，代数几何学家们重新考察了邹腾曾经的研究工作，从中获得了许多灵感。随着研究的深入，人们越来越感觉到邹腾先前工作的重要性，这一点也更加彰显了他的数学才能。

邹腾在数学以及数学史领域筚路蓝缕、辛勤开拓、硕果累累。虽然他没有创立什么学派，但他对丹麦数学以及丹麦的大学数学教育产生了深远的影响。斯人已逝，风范长存。他为后世留下了宝贵的精神财富，人们永远怀念他。

（参 考 文 献）

- (1) K. Ramskov. The Danish Mathematical Society through 125 years (J) . *Historia Mathematica*, 2000, 27: 223-242
- (2) S. L. Kleiman. Hieronymus Georg Zeuthen (1839—1920) (C) . *Contemporary Mathematics*, 1991, 123: 1-13.
- (3) 汪晓勤. 沙勒: 博学的数学家和天真的收藏家 (J) . 自然辩证法通讯, 2005, 27: 99-106
- (4) M. Chasles. Correspondance. *Comptes Rendus des Séances de L'Académie des Sciences*, 1967, 64: 262-263.

〔下转第 76 页〕

(参考文献)

- (1) Wu Yu-lin. Memories of Dr. Wu lien-teh Plague Fighter. Singapore: World Scientific Publishing Ptd Ltd,1995.
- (2) (7) . Report of International Plague Conference (M) ,Manial 1912.
- (3) 青宁生. 中国微生物学先驱——伍连德 (J) . 微生物学报, 2005,45(2):320.
- (4) Wu lien-teh. A Treatise on Pneumonic Plague (M) .Geneva: League of Nations, Health Organization. 1926.
- (5) (8) (10) 伍连德等. 鼠疫概论 (M) . 上海: 卫生署海港检疫处, 1937.序, 2—25.
- (6) 中国医学科学院流行病学微生物学研究所. 中国鼠疫流行史 (M) . 1980. 内部印行.
- (9) Wu lien-teh. Investigation into the Relationship Tarabagan (Mongolia Marmot) to Plague (J) . Lancet,1913,185:529.
- (11) 不列颠百科全书国际中文版 (M) 北京: 中国大百科全书出版社.1999.2 卷.496.
- (12) (美) 罗伊·波特.剑桥医学史 (M) . 张大庆等译.长春: 吉林人民出版社, 2000. 36—37.
- (13) 曹树基. 历史时期中国的鼠疫自然疫源地——兼论传统时代的“天人合一”观 (A) . 中国经济史上的天人关系. 中国农业出版社, 2002,12.
- (14) 伍连德. 鼠疫之发源地 (A) . 东三省防疫事务总处报告大全书.第二册. 1916. 7—8.
- (15) 奴元翼. 伍连德 (A) .中国科学技术专家传略.医学篇 (M) . 北京: 中国科学技术出版社. 1993. 1—14.
- (16) (17) 杨上池. 30年代的全国海港检疫管理处与伍连德博士 (J) . 中华医史杂志.1988, 18, (1), 29—32.
- (18) 陈琦.王吉民. 伍连德的《中国医史》及其中译本 (J) . 医学与哲学. 2006,27, (1), 53—54.

〔责任编辑 王大明〕

〔上接第 84 页〕

- (5) H. G. Zeuthen. Détermination des caractéristiques des systèmes élémentaires de cubiques (J) . *Comptes Rendus des Séances de L'Académie des Sciences*, 1872, **74**: 521-526; 604-607; 726-730
- (6) H. G. Zeuthen. Résultats d'une recherche des caractéristiques des systèmes élémentaires de quartiques(J). *Comptes Rendus des Séances de L'Académie des Sciences*, 1872, **75**:703-706
- (7) H. G. Zeuthen. Sur les singularités ordinaires des courbes géométriques à double courbure (J) . *Comptes Rendus des Séances de L'Académie des Sciences*, 1868, **67**: 225-229.
- (8) H. G. Zeuthen. Sur les points fondamentaux de deux surfaces dont les points se correspondent un à un (J) . *Comptes Rendus des Séances de L'Académie des Sciences*, 1870, **70**: 742-745
- (9) K. Hass. Hieronymus Georg Zeuthen (C) . *Dictionary of Scientific Biography*. New York: Scribners, 1976, 618-619
- (10) É. Picard. H. G. Zeuthen (J) .*Comptes Rendus des Séances de L'Académie des Sciences*, 1923, **177**: 565-568.
- (11) T. L. Heath. *A History of Greek Mathematics* (J) . London: Oxford University Press, 1921
- (12) H. G. Zeuthen. *Histoire des Mathématiques dans l'Antiquité et le Moyen Age* (M) . Paris: Gauthier-Villars, 1902
- (13) H. L. Heiberg, H. G. Zeuthen. Eine neue schrift des Archimedes (J) . *Bibliotheca Mathematica*, 1906-1907, **7**: 321-363
- (14) Fauvel, J. & Gray, J. *The History of Mathematics: A Reader* (M) . Hampshire: Macmillan Education, 1987
- (15) H. G. Zeuthen, *Hvorledes matematikken i tiden fra Platon til Euklid blev rationel videnskab* (M) . København: A. F. Høst & søn, 1917

〔责任编辑 王大明〕

that rodents were the hosts of the plague, discovered the propagation way of the bacteria, and provided natural focus of the plague, all of which enriched the epidemic prevention theory. He creatively contributed a lot to the development of Chinese modern epidemiology as well as theory and practice of quarantine.

H. G. Zeuthen: Forerunner of Danish Mathematics and Historian of Mathematics in 19th Century (p.77)

ZHAO Yao-yao, WANG Xiao-qin

As the best and most loyal student of M. Chasles, the prince of geometry of France in the 19th century, the Danish mathematician Hieronymus Georg Zeuthen extended Chasles' relevant ideas and further developed the enumerative geometry. As a historian of mathematics, he initiated a research tradition to reconstruct the history of mathematics in ancient Greece by providing a technical and conceptual analysis of the available source texts and is considered to be one of the two foremost historians of mathematics at the end of the 19th century. Zeuthen made great contributions to make Danish mathematics attain international level and had an enormous effect on mathematics education at the university in Denmark. With his academic achievements and exceptionally fine and humane personality, Zeuthen bequeathed to us precious spiritual wealth.

An Analysis of Technological Determinism in Marx's Technological View (p.85)

CHEN Xiang-yi

In Marx's technological view, technology has three patterns, that is idea technology, process technology and objects one. There is a technological determinism in Marx's technological view, but this determinism is restrained. Marx is a technological determinist restrained by social factors. Marx's technological determinism is coherent with basic principle of historical materialism.

The Extending of Landscape Concept and the Trend of Transdisciplinary Research of Landscape (p.90)

WANG Zi-wen, YE Qing

Landscape has related to many subjects, such as geography, ecology, architecture, culture, art, aesthetics, philosophy and so on, but the corresponding research is still done separately. Obviously, this is not helpful for solving the environmental crisis and social issues we are faced with now. Therefore, it is necessary to bridge human and natural sciences in landscape research. On the basis of the integration of landscape concepts in various disciplines, the paper suggests a developed understanding reflecting, combining and associated with them, so as to facilitate exchange of knowledge among disciplines. At the end of the paper, it also discusses the trend of transdisciplinary research of landscape.

本期责任校对：冯爱荣

本期英文校对：陈 阵

• 学术信息 •

数学史国际学术研讨会即将在成都召开

为纪念数学大师、弘扬数学精神、传播数学文化，“数学史国际学术研讨会——纪念欧拉诞生 300 周年暨《几何原本》中译 400 周年”即将在成都召开。会议议题包括：1、欧拉生平，贡献及影响；2、欧拉在中国；3、徐光启、利玛窦与欧几里得《几何原本》；4、欧几里得在中国的影响；5、西方数学在中国的传播及影响；6、近现代数学史相关专题等。欢迎相关专家学者及研究生踊跃参加。

时间：2007 年 10 月 11 日—10 月 15 日（11 日报到注册）；地点：中国成都，四川师范大学；

会议语言：汉语、英语；主办单位：中国数学会数学史分会、中国数学会传播委员会；

承办单位：四川师范大学；联系人：宁锐、潘亦宁；

地址：中国成都市静安路 5 号，四川师范大学数学与软件科学学院（邮编：610068）；

联系电话：028-80988790，028-81370389；E-mail: ningruiwork@yahoo.com.cn; yining.pan@gmail.com

（一鸣）