

职初教师关于数学史课程的观点探析*

汪晓勤 齐春燕

(华东师范大学 教师教育学院, 上海 200241)

摘要 对职初教师的调查表明, 数学史课程可以帮助他们在数学教学中更好地实现三维目标; 与中学数学密切相关的数学史、数学史在数学教学中的运用方法、数学史融入数学教学的案例是他们最需要的课程内容。因此, 如果数学史课程中以数学教育为价值取向, 采用干枝结合的方法, 着重从数学史中提炼教学素材、汲取思想养料, 再通过成功的 HPM 教学案例来说明数学史融入数学教学的方法, 这门课程在教师教育中必将发挥更大的作用。

关键词 数学史; 数学教学; 教学目标; HPM

中图分类号 G423.04 **文献标识码** A

Novice Teachers' Viewpoints of the Curriculum of Teacher Education: the Case of the History of Mathematics

WANG Xiao - qin , QI Chun - yan

(College of Teacher Education , East China Normal University , Shanghai , 200241 , China)

Abstract: Through a questionnaire survey on the novice teachers , it is revealed that the History of Mathematics is helpful for the novice teacher in realizing the instructional objectives. What the novice teachers find most helpful to them are the history of mathematics intimately connected with secondary school mathematics , the methodology of integrating the history of mathematics into mathematics teaching and relevant teaching cases. Therefore , if this curriculum is oriented towards mathematics education , importance will be attached to the drawing of teaching materials and ideas from both general history and finally the teaching cases based on HPM proves the method of integrating mathematics history into mathematics teaching is successful , it will play a more important role in teacher education.

Key words: the history of mathematics; mathematics instruction; instructional objectives; HPM

一、引言

早在 1891 年, 美国著名数学史家和数学教

育家史密斯 (D. E. Smith , 1860—1944) 就在密歇根州立师范学院开设数学史课了。1904 年, 在第三届国际数学家大会上, 史密斯和其他欧洲

* 收稿日期 2017 - 12 - 31
作者简介 汪晓勤 (1966 -) 男, 浙江开化人, 教授, 博士, 主要从事数学史与数学教育研究。

学者共同倡导在大学里开设包括数学史在内的精密科学史课程。史密斯在《数学史》前言中指出“数学史已被公认为师范教育及大中学校学生博雅教育中的重要学科。”^[1]。到20世纪50年代末,美国超过半数的师范院校开设了数学史课^[2]。在我国,著名数学史家钱宝琮(1892—1974)早在浙江大学任教时即已开设数学史课程。20世纪80年代,我国师范院校开始普遍开设该课程,但迄今为止,这门课程的教育取向并不明确,换言之,数学史内容与数学教育之间的关系在教学中还没有得到应有的体现;已有的多数数学史教材并没有与中学数学教育建立密切关联^[3]。

尽管一些作者对数学史课程的改革和如何整合数学史与数学教育提出了建议^[4-7],但这些建议很少建立在一线教师的真实需求之上。虽然职前教师知道这门课程对未来的职业有所帮助,但他们并没有真切的感受,因此,他们的课程期望还远远不能作为课程教学的依据。相比之下,那些在职教师的意见或建议更有参考价值。因此,我们希望知道在职教师如何看待数学史课程?这门课对他们的教学究竟有何帮助?他们认为最需从这门课中学到什么?

为了回答这些问题,我们对100名曾经修读过数学史课程、暑期回母校攻读教育硕士学位的2007级公费师范毕业生进行了问卷调查。这些毕业生的教龄为2年,属于职初教师。

百名师范生来自安徽、重庆、河南、江西、四川、上海等28个省市。经过两载的磨砺,他们已经是一群觉醒者。他们对于昔日修读过的大学课程,应该“别有一番滋味在心头”。由于受课时限制(36学时),笔者之一所开设的数学史课程重点介绍古代文明(埃及、美索不达米亚、中国、希腊)的数学、中世纪东方(中国、印度、阿拉伯)数学、中世纪欧洲数学以及文艺复兴时期的欧洲数学(15—16世纪数学)和17世纪的欧洲数学。我们的调查问题是:(1)大三选修课“数学史”对你的教学有何帮助?你对这门课有何改进意见?(2)你在教学实践中是如何运用数学史的?效果如何?举例说明。(3)

列举一个你希望通过数学史来解决的教学难题。(4)数学史与数学教育(HPM)是数学教育方向研究生的专业课,你对这门课有何期望?

调查在笔者的数学教育特色课程“数学史与数学教育”之前进行,答卷时间为20分钟。笔者告诉学生,回答无对错之分,真实即可;所得分数即为本特色课程的成绩(满分10分)。

二、结果

(一) 数学史对数学教学的帮助

尽管所任教学学校的文化千差万别,学生参差不齐,但95%的职初教师对于数学史课程对教学的帮助都给予了积极的评价。表1从“面向教学的数学知识”(MKT)的角度总结了职前教师心目中“数学史对教师的价值”。

表1 数学史对教师的价值

MKT	数学史的价值
专门内容知识(SCK)	(1) 提升教师的数学修养
	(2) 了解知识的起源
	(3) 加深对数学概念的理解
	(4) 了解古人的思维
内容与学科知识(KCS)	知道学生数学理解的历史相似性
内容与教学知识(KCT)	(1) 用数学史来引入新课
	(2) 用历史上的方法推导公式
	(3) 借鉴历史,获得教学策略
	(4) 采用发生教学法进行教学
	(5) 通过数学史,把知识讲解得更透彻一些
	(6) 活跃数学课堂
	(7) 让数学课堂富有人文气息和历史感
	(8) 改变教学理念,增加运用数学史与数学文化的意识
	(9) 让数学变得更鲜活,更有趣,更精彩,更吸引人,更有生命力
	(10) 感受和运用数学美
	(11) 引导教师从历史视角去思考数学教育
内容与课程知识(KCC)	(1) 丰富教师的知识储备与教学素材
	(2) 增加教师反思教材的意识

从“内容与教学知识”(KCT)来看,数学史课程对职初教师最大的帮助是“用数学史引入新课”以及“能够激发学生兴趣、活跃数学课堂”。

观点1:“数学文化与数学史”最显著的帮助是,可以在引入时结合数学史的相关知识,提高学生的学习兴趣。

观点2:采用数学史来引入新课,激发学生对数学产生浓厚的兴趣,课程效率也大幅提高。

观点3:在数学课上结合数学史内容,可以调动学生的积极性,活跃数学课堂。

观点4:教学过程中,我经常讲一些概念背后的历史文化知识,告诉学生这些概念的形成背景和发展过程。学生都很喜欢学习数学。

从“课程与内容知识”(KCC)来看,“丰富了教师的知识储备和教学素材、学到了数学文化与数学史知识”是数学史课程对职初教师最大的帮助。以下是部分教师的回答。

观点5:关于“数学史”这门课,当时选的时候并没有想到会在参加工作第一年的第二个学期就用上了。所在单位开设了系列选修课程,采用了走班制,我被学校安排上“数学选修系列课程”。当时就想到,可以用大学里修读过的“数学史”课程为基本架构来上这门课。所幸当时保留了老师的PPT文档……对其中的内容做了一些调整和修改(改得更简单一些),给学生讲了数论的发展历史、有关数学大师的生平事迹和主要成就。当时上了两个班,惊讶地发现,文科生的积极性更高!

观点6:从数学史课程中,了解了一些教学内容的历史渊源,上课时穿插部分相关的历史。同时,我开设的选修课大部分内容都与之有关,因此,这门课程为我的教学内容增添了浓厚的历史色彩,也丰富了教学内容。

由表1可见,职前教师普遍认识到数学史对于提升教师MKT的重要价值。也有学生认为,数学史开阔了视野、能够提升教师的魅力、增加教师对数学的兴趣、增强教师的自信心。

表2则从三维目标的角度,总结了职前教师心目中的“数学史对于学生的价值”。

表2 数学史对学生的价值

三维目标	数学史的价值
知识与技能	(1) 帮助学生理解数学
	(2) 拓宽学生的思维
	(3) 拓宽学生的知识面
	(4) 培养学生的创新意识
	(5) 有助于学生对知识的记忆
	(6) 培养学生的数学文化素养
过程与方法	(1) 让学生经历知识的发生发展过程
	(2) 通过数学史引发学生的进一步探索
情感、态度与价值观	(1) 激发学生的学习兴趣
	(2) 培养学生脚踏实地、勇于面对挑战的数学精神
	(3) 提升学生的民族自豪感
	(4) 对数学有新的认识

由表2可见,在职初教师看来,数学史融入数学教学有助于三维目标的全面达成,而不仅仅是“激发兴趣”。

(二) 数学史课程的不足和对HPM的期待

职初教师对数学史课程提出了不同的改进意见,主要分成教学内容、教学方式、教学材料与教学计划四类,见表3。

表3 职初教师对数学史课程的意见或建议

类别	主要意见或建议
教学内容	(1) 展示数学史融入数学教学的案例或成功实验
	(2) 介绍数学史融入数学教学的方法
	(3) 多讲与中学数学内容密切相关的数学史
	(4) 更多讲述数学家的故事
	(5) 增加与现实生活联系紧密的数学知识
	(6) 增加数学教育史方面的内容
教学方法	(1) 辅以微电影或短片
	(2) 增加小组讨论环节
	(3) 让学生自主研究某个专题,并在课堂上展示
	(4) 提供更多的师生交流机会
	(5) 让学生编排舞台剧
教学材料	(1) 编写一本供本校学生使用的数学史教材
	(2) 介绍更多的文献资料或网络资源
教学计划	(1) 增加教学课时
	(2) 将数学史改为专业必修课

关于数学史课程的改进意见,职初教师提得最多的是教学内容,希望介绍数学史融入数学教

学的案例和数学史融入数学教学的方法,多讲与中学数学内容密切相关的数学史。多数教师觉得课时太少,学到的数学史知识还不够多。这正应验了“书到用时方恨少”的古训。

对于研究生专业课程数学史与数学教育,绝大多数职初教师的期望是学习“与中学数学课程紧密联系的数学史”“将数学史融入数学教学的方法”“数学史融入数学教学的优秀案例”,与他们对数学史课程的意见或建议完全一致。

(三) 数学史在教学中的运用

数学教学中,数学史的运用方式有附加式、复制式、顺应式和重构式四种。职初教师主要采用了前两种。

1. 附加式

绝大多数教师采用附加式,即在概念、公式、定理、问题解决的教学中,讲述有关数学家的故事。讲得比较多的故事有:希帕索斯与无理数、笛卡儿与坐标系、高斯与数列求和、祖冲之与圆周率、国际象棋的发明。也有教师在教最小二乘法时,讲述谷神星被发现的故事,教集合概念时介绍罗素悖论,教秦九韶算法时介绍秦九韶的生平。少数教师在讲授某个知识点时介绍有关历史(如负数的历史、椭圆概念的历史、贾宪三角的历史、微积分的历史),在讲解例题时介绍历史上的数学难题(如古希腊三大几何难题、四色问题、费马大定理、哥尼斯堡七桥问题、哥德巴赫猜想等)。

2. 复制式

一些职初教师在公式、定理的教学中会运用历史上的证明或推导方法,主要集中于勾股定理的证明(赵爽、刘徽、欧几里得、加菲尔德)。少数教师在验证平方差公式、证明正、余弦定理、推导圆面积公式、和角与差角公式、等比数列求和公式、幂和公式时运用了数学史。此外,还有教师在概念引入和知识应用中,直接利用了历史上的问题,如用巴比伦泥版书上的问题引入分式方程概念,用斐波那契兔子问题引入数列概念,用历史上的测量问题讲解相似三角形和全等三角形的应用。

3. 顺应式

个别教师用倍立方问题来引入圆锥曲线概念,将惠施命题(“一尺之棰,日取其半,万世不竭”)和“霍鲁斯眼睛分数”改编成无穷递缩等比数列求和问题。

4. 重构式

很少有人采用重构式,只有个别教师有重构历史的意识。一位教师用三次方程来引入虚数概念,但重构得不理想;一位教师借鉴历史顺序,先讲对数函数,再讲指数函数,也未能收到预想的效果。另一位教师写道“在历史上,负数从被发现到被接受是一个漫长的过程,学生在学习负数时必也有困难。所以,在教学时,目标的设定和练习的设计都必须循序渐进,不能急于求成。”

总的说来,职初教师在课堂上运用数学史并不多,方式也比较单一。

(四) 教师希望用数学史来解决的教学问题

职初教师给出希望用数学史来解决的教学问题,主要包括具体知识点的教学和一般教学策略两大类,见表4。

表4 职初教师希望用数学史来教的部分知识点

学科	知识点
代数	因式分解;一元二次方程的解法;二次函数;函数的概念;对数的概念;均值不等式;一元二次不等式;绝对值不等式;数列通项与求和公式;二项式定理;数学归纳法;复数的概念
平面三角	三角函数的概念;三角函数的诱导公式;和角与差角的正、余弦公式
平面与立体几何	平面向量;三等分角问题;空间几何体的体积;球体积和表面积公式;异面直线所成的角;直线和平面所成的角;点到平面的距离;二面角
概率统计	概率论的诞生;线性回归
平面解析几何	圆锥曲线的第一和第二定义;圆锥曲线的准线;椭圆性质的几何证明;椭圆的面积
微积分	极限的概念;导数的定义;导数的应用

一般教学策略问题包括:

(1) 如何利用数学史来促进学生发现问题、

提出问题; (2) 如何通过数学史来掌握学生对某知识点的认知规律; (3) 如何借助数学史来激发学生主动探究的欲望; (4) 如何利用数学史来陶冶情操、启迪智慧、激发兴趣; (5) 如何利用数学史改变学生固有的数学观; (6) 如何利用数学史来突破教学难点; (7) 如何通过数学史来渗透数学思想方法; (8) 如何解决学生对数学史的兴趣和解题困难之间的矛盾。

从以上统计结果可以看出, 职初教师感到不易教好的知识点相当多, 他们希望数学史能成为一种解决教学难点的有效教学工具, 能够帮助他们制定更好的教学策略, 能在三维目标上发挥更大的作用。

无论是知识点的教学, 还是一般教学策略, 职初教师的需求为 HPM 提供了丰富多彩的研究课题。数学史各种知识点的教学数学史融入数学教学的实践研究与案例开发, 必将成为未来 HPM 研究的重要方向之一。

三、结论与启示

调查表明, 职初教师对于数学史课程有较为深刻的认识: 该课程丰富了教师的 MKT, 特别是“专门化内容知识”“内容与教学知识”和“内容与课程知识”, 有助于更好地实现三维目标。与中学数学密切相关的数学史、数学史在数学教学中的运用方法、数学史融入数学教学的案例是他们最需要的课程内容。

基于上述结论, 我们认为, 针对师范生开设的数学史课程需要以数学教育为价值取向, 在干枝结合的同时, 着重从数学史中提炼教学素材、汲取思想养料, 最后, 通过成功的 HPM 教学案例来说明数学史融入数学教学的方法。

以希腊数学史为例。我们从中可以提炼出丰富的教学素材 (见表 5) 和思想方法 (见表 6)。

表 5 希腊数学史中的部分教学素材

时期	数学家	教学素材	对应的部分中学数学知识点
古典时期 (公元前 6 世纪—公元前 3 世纪)	泰勒斯	泰勒斯的故事	平面几何起始课
		金字塔高度的测量	相似三角形性质定理
		轮船与海岸距离的测量	全等三角形的判定与应用
	毕达哥拉斯	百牛传说	勾股定理
		多边形数	用字母表示数; 数列的概念
	希帕索斯	无理数的发现	实数的概念
	希波克拉底	弓月形定理	勾股定理
	泰奥多鲁斯	毕达哥拉斯螺线	无理数; 勾股定理
	芝诺	阿喀琉斯追龟问题	无穷递缩等比数列求和
	梅内克缪斯	圆锥曲线的发现	圆锥曲线 (起始课)
亚历山大时期 (公元前 3 世纪—公元 3 世纪)	欧几里得	几何无王者之道	平面几何 (起始课)
	阿基米德	鞋匠刀形	圆的周长
		阿基米德之墓	球的体积
	埃拉托色尼	地球的丈量	弧长公式
	阿波罗尼斯	轨迹问题	解析几何
		圆锥曲线的研究	椭圆、双曲线的定义与方程
	希帕切斯	弦表	三角函数的概念
	海伦	隧道的设计	相似三角形的应用
	帕普斯	鞋匠刀形内切圆定理	数学归纳法
		三线 and 四线轨迹问题	解析几何 (起始课)
丢番图	丢番图的墓志铭	一元一次方程	
	用字母表示数	用字母表示数	

表6 希腊数学史中的部分思想方法

时期	数学家	思想方法	对应的部分 中学数学知识点
古典时期 (公元前6 世纪—公 元前3世 纪)	泰勒斯	三角形内角和定理的发现	三角形内角和定理
	毕达哥拉斯	三角形内角和定理的证明	三角形内角和定理
		勾股定理的发现	勾股定理
希帕索斯	$\sqrt{2}$ 为无理数的证明	无理数	
亚历山大 时期(公 元前3世 纪—公元 3世纪)	欧几里得	三角形内角和定理的证明	三角形内角和定理
		驴桥定理的证明	等腰三角形的性质
		勾股定理的证明	勾股定理
		等比数列求和公式的推导	等比数列前n项和
	阿基米德	从圆面积到球体积	合情推理
		数学中的力学方法	二次幂和公式
	海伦	求平方根的方法	求平方根的近似值
		平行四边形法则	向量的运算
	托勒密	托勒密定理	和角正余弦公式; 余弦定理
	帕普斯	均值不等式几何模型	均值不等式
和角公式的几何证明		两角和的正、余弦公式	
丢番图	解二元二次方程组的和差术	解析几何、三角、代数等领域的问题解决	

有了这些历史素材和思想方法,我们可以采用附加式、复制式、顺应式和重构式对相关知

点进行教学设计(当然,这不是说历史材料的选取只局限于某一个地域、某一个年代)。例如,将泰勒斯测量船到海岸的距离的方法(以及拿破仑行军遇河的故事)用于全等三角形应用的教学设计(顺应式),将海伦的隧道设计方法(典型案例为萨默斯隧道)用于相似三角形应用的教学设计(顺应式),将欧几里得的比例方法用于等比数列求和公式的教学设计(复制式),将三角形内角和定理的发现过程用于内角和定理的教学设计(重构式),等等。有理由相信,教育取向的数学史课程必将在未来的教师教育中发挥更大的作用。

参考文献:

[1] SMITH D E. A history of mathematics [M]. Boston: Ginn & Company, 1923.
 [2] 汪晓勤. 史密斯: 杰出的数学史家、数学教育家与人文主义者[J]. 自然辩证法通讯, 2010, 32 (1): 98-107.
 [3] 傅海伦, 贾如鹏. 试析我国高校数学史教育发展及研究现状[J]. 高等理科教育, 2005, 62 (4): 8-11.
 [4] 杨渭清. 数学史在数学教育中的教育价值[J]. 数学教育学报, 2009, 18 (4): 31.
 [5] 燕学敏. 数学史融入数学教育的有效途径与实施建议[J]. 内蒙古师范大学学报(教育科学版), 2009, 22 (3): 125-127.
 [6] 朱凤琴, 徐伯华. 数学史融入数学教学模式的国际研究与启示[J]. 数学教育学报, 2010, 19 (3): 22-25.
 [7] 罗新兵, 刘阳, 安德利亚斯. 数学史融入数学教学研究的若干思考[J]. 数学教育学报, 2012, 21 (4): 20-23.

(责任编辑 李世萍)