DOI:10.15994/j.1000-0763.2010.06.006

第三十二卷 总190期
2 0 1 0 第 6 期

自 然 辩 证 法 通 讯
JOURNAL OF DIALECTICS OF NATURE

Vol. 32, Sum No.190
No. 6, 2010

·人物评传·

华里司:自学成才的数学家、欧洲大陆微积分的传播者*

汪晓勤 陈 慧

(华东师范大学数学系,上海 200062)

摘 要:华里司(W. Wallace,1768—1843)是一位逆境成才的苏格兰数学家,他发现了许多几何定理,最著名的是"华里司线"和"华里司点";他最早译介勒让德和拉格朗日的有关论文并引入莱布尼茨的微积分记号;他为《爱 堡百科全书》所写的"流数"篇是英国第一篇采用莱布尼茨记号的微积分专论;他撰写了许多数学论文,特别是分析方面的论文;他发明了数种数学仪器;他还把微积分应用到自治市征税方法上;他为《大英百科全书》所写的"流数"篇和"代数"篇被译为中文,成为晚清中国具有重要影响的微积分和代数学教材。华里司在英国长期被忽略,但墙内开花墙外俏,英国传教士傅兰雅(J. Fryer,1839—1928)成就了他在中国的名声。

关键词:华里司 微积分 百科全书

〔中图分类号〕N0 〔文献标识码〕A 〔文章编码〕1000—0763(2010)06—0097—09

17世纪下半叶,牛顿和莱布尼茨各自独立完成微积分的相关研究。莱布尼茨所创用的微积分符号,对微积分的发展产生巨大的影响。早在莱布尼茨首次发表微积分论文的第二年,英国数学家克莱格(J. Craig,1663—1731)就在其著作中使用了莱布尼茨的微分符号;18世纪初,他在论文中继续使用这些符号。然而,1718年之后,随着微积分发明权之争日趋激烈,克莱格转而使用牛顿的流数记号,不再使用莱布尼茨的符号。微积分发明权大争论的后果是,英国数学界闭关自守,拘泥于牛顿的"流数"理论而止步不前,英国在数学上被欧洲大陆远远抛在了后面。

18世纪末,法国数学家拉克洛瓦(S. F. Lacroix,1765—1843)出版《微积分》三卷,吸收了17、18世纪牛顿、莱布尼茨、雅各·伯努利、约翰·伯努利、欧拉、达朗贝尔、拉格朗日、拉普拉斯、高斯等数学家的研究成果,成了在欧洲大陆影响最大的微积分教材。1816年,剑桥大学的巴贝奇(C. Babbage,1791—1871)、赫歇尔(J. Herschel,1792—1871)和皮考克(G. Peacock,1791—1858)创立剑桥分析学会,他们翻译了《微积分》的缩写本《微积分基础》,从而引入了莱布尼茨的方法,对英国数学的发展产生了重要影响。因此,人们通常认为,在微积分发明权大争论之后,剑桥分析学会是欧洲大陆微积分在

*本文为上海市2008年度教育科学研究项目"数学史与数学史教育"(立项编号:B08014)的部分成果。
〔收稿日期〕2009年1月15日

〔作者简介〕汪晓勤(1966—),华东师范大学数学系教授,主要从事数学史与数学教育研究。E—mail:xqwang@math.ecnu.edu.cn
陈 慧(1983—),华东师范大学数学系硕士研究生,主要从事数学史与数学教育研究。E—mail:chenhui19860807@163.com

英国最早的传播者。

然而，这是一个误解。事实上，在分析学会之前，英国已经有一些数学家① 了解并致力于传播欧洲大陆的微积分，其中之一便是自学成才的华里司(W. Wallace，1768—1843)。今天，华里司这个名字在他的祖国几乎已被遗忘，但中国人似乎更有理由记住他，因为他正是由华蘅芳(1833—1902)和傅兰雅(J. Fryer，1839—1928)合译、在晚清中国产生重要影响的代数教材《代数术》和微积分教材《微积溯源》的原作者。

一、从学徒到教授

华里司的祖辈生活在苏格兰法夫郡的一个名叫基尔康曲哈尔(Kilconquhar)的村庄里，其祖父继承了少数家产，但因经营不当而丧失殆尽。父亲亚历山大·华里司不甘贫穷，来到海滨自治市戴萨特(Dysart)创业，成了一名制造供出口的皮鞋与皮革的商人，生意做得相当大。然而，1775 年美国独立战争的爆发给了亚历山大的生意以致命的打击。

威廉·华里司于 1768 年 9 月 23 日出生于戴萨特，是家中的长子。戴萨特城中有一位寡居的老妪，办了一所小学，同时零售一些小商品；华里司就在这所小学接受启蒙教育。大约七岁时，他转往一所更好的学校，算术是其中的一门学习科目。此前，在家中已经教过他算术，给他打下良好的基础。他对算术的强烈爱好多半源于父亲的教导。事实上，父亲的教导、鼓励对华里司的人格成长产生了深刻的影响。华里司约 11 岁时，家境已经相当窘迫，他被迫辍学，从此无缘正规的学校教育。按他自己的说法，他从学校里获得的只不过是读写能力而已。[1]

美国独立战争结束第二年，亚历山大举家迁至爱丁堡。16 岁的华里司成了一名装订商的学徒，之后做过书商的店员，也当过印刷厂的仓库管理员。一名装订工每天都是和书本打交道的，华里司稍有闲暇，便阅读手头的各类书籍，特别是科学书籍，这大大激发了他求知的欲望。然而，他的那位装订商老板只知道如何榨取学徒们的血汗，对知识学问毫无兴趣。可想而知，在这种情况下，华里司白天的读书机会并不多。这个时期，他和父母住在一起。他自己买了不少数学书，他的衣服口袋里总是装着一本，常常一边吃饭一边看，在上下班的路上，手不释卷。工夫不负有心人，在 20 岁以前，华里司已经熟练掌握了居恩(S. Cunn)英文版《几何原本》、罗奈恩(P. Ronayne，1683—1755)的《代数学》、赖特(J. Wright)的《三角学基础》、威尔逊(H. Wilson，1673—1741)的《航海新术》、爱默生(W. Emerson，1701—1782)的《流数论》、拉希尔(P. de La Hire，1640—1718)的《圆锥曲线》〔罗伯特逊(A. Robertson，1751—1826)英译本〕、吉尔(J. Keill，1671—1721)的《真实天文学引论》等。但除了父亲，此时的华里司一路独行、无师无友、无人欣赏。

幸运之神悄然来临。他偶然结识了一位上了年纪的木匠，而这位木匠当时正受雇于著名物理学家、爱丁堡大学自然哲学教授约翰·罗比逊(J. Robison，1739—1805)，做罗比逊的实验助理。老木匠是位有文化、爱读书的人，他虽然对数学一窍不通，但整天和物理学家在一起，耳濡目染，不免对科学怀有一份崇敬之心；并常常以与自然哲学大教授为伍而自豪。他很喜欢华里司这个年轻人，在知道华里司酷爱数学之后，他提出要把他引荐给罗比逊。起先，华里司婉言谢绝了。但不久，华里司学徒期满，老木匠再次劝他去找罗比逊教授，并给他写好了推荐信。犹豫一阵之后，华里司终于鼓起勇气去了爱丁堡大学，找到了罗比逊教授。教授热情接待了他，并考查了他对几何(包括圆锥曲线)的掌握程度，询问了他的生活状况以及在数学上取得这么大进步的前因后果。罗比逊婉言告诫：搞数学研究不可能给这个世界带来什么益处。华里司妙语回答：人活着既然注定要含辛茹苦，他希望用求知的快乐给人生的酒杯加点糖。[1]会谈结束时，罗比逊邀请华里司来听即将开始的自然哲学课。

尔后，华里司作为一名熟练装订工，继续受雇于装订商。因去爱丁堡大学听课而耽误的工作时间，他只能用休息和睡眠时间来弥补。华里司后来说，如果有人问他一生中什么时候最快乐，他会回答，在听自然哲学课的时候。因为，这是他第一次置身于同样渴求知识的年轻人中间，享受专业物理学家高水平的演

① 包括伍尔维奇皇家军事学院的胡顿(C. Hutton，1737—1823)、爱丁堡大学的普雷费尔(J. Playfair，1748—1819)、都柏林大学的布林克雷(J. Brinkley，1763—1835)、马洛(后迁桑赫斯特)皇家军事学院的伊沃里(J. Ivory，1765—1842)、都柏林大学的洛伊德(B. Lloyd，1772—1837)、剑桥大学的伍德豪斯(R. Woodhouse，1773—1827)和托普利斯(John Toplis，1774—1857)等。

讲。不久,罗比逊把华里司引荐给他的同事、著名数学家、数学教授普雷费尔① (J. Playfair, 1748—1819),普雷费尔对华里司的数学才能十分赏识,也邀请他去听数学课。尽管华里司根本没有条件一天听两门课,因而忍痛割爱,但普雷费尔仍一如既往地关心和帮助他,为他制订阅读计划,提供数学书籍,华里司得以系统地学习数学,进步更快了。

由于未能听普雷费尔的数学课,华里司对自己的书籍装订工作越来越不满意了。为了争取更多的学习时间,他最终辞去了工作,转而到一家印刷厂担任仓库管理员。18世纪末,尽管欧洲的印刷术发展很快,但印后装订仍离不开手工:书页印出后,工人依次将书页堆放成一圈;然后按顺序在每一堆上取一页叠放好,最后装订成册。华里司在印刷厂做的是装订之前的那道工序。在枯燥的重复劳动过程中,华里司总不忘学习,他在墙上贴满了拉丁词汇表,每次经过,都要记上一个。华里司在印刷厂工作期间,罗比逊来看他。一位酷爱数学、风华正茂、出类拔萃、潜力巨大的年轻人为了生计,竟从事着一份谁都能胜任的手工劳动,显然,恩师对此深感惋惜。他建议华里司放弃工作,给自己的一名学生做家庭教师,教他几何。

在印刷厂工作数月后,华里司又换了一份工作,受雇于爱丁堡的一位大书商,成了书店的一名店员。他的境况有了很大的好转,他拥有更多属于自己的时间,既博览群书,又做自己喜爱的数学研究,晚上还教教数学。他还开始学习法语,逐渐熟悉大陆数学家的著作。

1793年,25岁的华里司为了数学,下定决心放弃了工作,以做家教为生。他终于如愿以偿,可以自由地去爱丁堡大学听普雷费尔的数学课了。但普雷费尔的课是给数学远逊于华里司的大学生开设的,华里司从中已经学不到多少新知识;不过,普雷费尔的高雅、雄辩、博学和循循善诱对他产生了深刻的影响。

1794年,经普雷费尔的举荐,华里司成了珀斯学院的数学助教。同年,他结了婚。尽管薪水很低,但生活安定,且有充裕的时间研究数学。每逢假期,他便回到爱丁堡,和昔日恩师以及科学界的新朋友相聚。此时的华里司已经成名,跻身苏格兰数学界。在珀斯学院期间,他当选为爱丁堡物理学研究院通讯院士;该研究院会聚这一批精英分子,不少人日后成为文学、哲学、公共事物等领域的著名人物。无疑,他们对华里司也产生了一定的影响。

1803年,华里司收到一封署名信,信中说,位于白金汉郡大马洛镇(今马洛镇)的皇家军事学院(初等部)空缺一名数学讲师;如果他愿意,就立即提出申请。华里司欣然前往应聘。在众多竞争者中,面试官选择了他。从此,华里司在这个英格兰南部宁静而美丽的小镇上度过了近十年时光。随着三个女儿和一个儿子的相继降生,原本清贫的华里司,其经济负担日益加重。由于自己早年未能受到正规的学校教育,他特别重视自己孩子们的教育,把他们一个个送到爱丁堡上学,这无疑使他捉襟见肘、入不敷出。增加经济收入成了华里司给《大英百科全书》和布鲁斯特(D. Brewster, 1781—1868)主编的《爱丁堡百科全书》撰稿的主要动机之一。在1822年7月10日写给布鲁厄姆(H. Brougham, 1778—1868)一封信中,华里司写道:"我丝毫不能为将来挣一点生活费……我不得不利用休息时间刻苦研究,为百科全书写作,以养育全家。"[2] 1812年,军事学院(初级部)迁往桑赫斯特。

1818年,他被军事学院任命为实用天文学讲师。为便于教学,他向学院提出建一座小型天文台的设想,被校方采纳。牛津大学的罗伯特逊(W. Robertson, 1770—1850)提供了大楼设计图,而华里司则受命负责具体的建筑。他遍访伦敦附近的各座天文台,采购各种必要的天文仪器,虽然有些仪器的订购被迫取消,但投入使用的小天文台俨然成了军事学院的一道亮丽风景。

1819年,普雷费尔教授去世,自然哲学教授由莱斯利接任,因而莱斯利原来所任的数学教授职位空缺出来。华里司提出了申请。他遇到了竞争对手哈登(R. Haldane, 1772—1854),这位对手虽在数学上名不见经传,但才能突出,且身为牧师,在教会里享有很高威望,受到爱丁堡政界的强烈支持。9年前,正是他在教会的支持下战胜了华里司和他的同事伊沃里,成功当选为圣安德鲁大学数学教授。尽管如此,拥有普雷费尔、马塞尔(F. Maseres, 1731—1824)、胡顿(C. Hutton, 1737—1823)、威廉·赫歇尔(W. Herschel, 1738—1822)、杜加德·史都华特(D. Stewart, 1753—1828)等众多名家推荐信、并得到前任教授莱斯利支持的华里

①1805年,罗比逊去世后,普雷费尔接替他任自然哲学教授,而数学教授则由数学家和物理学家莱斯利(J. Leslie, 1766—1832)接任。

司,最终仍因数学上的绝对优势而在爱丁堡市政会赢得了18票,哈登只得了10票。教会和党派左右大学教授遴选的事终于没有发生。从第一次见到罗比逊教授的那一天起,华里司就梦想着有朝一日成为苏格兰某所大学的教授了。这样的梦想,在他任教于珀斯学院和皇家军事学院长达四分之一世纪的漫长岁月里,一直伴随着他。而今,华里司梦想成真,登上了人生之巅峰。在爱丁堡大学的数学教授名册上,他成了詹姆斯·格雷戈里(James Gregory, 1638—1675)、戴维·格雷戈里(David Gregory, 1659—1708)、小詹姆斯·格雷戈里(James Gregory, 1666—1742)、麦克劳林(C. Maclaurin, 1742—1746)、马修·史都华特(M. Stewart, 1717—1785)、杜加德·史都华特、普雷费尔等苏格兰数学先辈们的后继者。

上任伊始,华里司对数学必修课程进行了改革,抛弃了莱斯利的教材《几何基础》,重新采用了普雷费尔的《几何原本》修订版。华里司这样做,当然与他对恩师普雷费尔的感情有关——用卡莱尔(T. Carlyle, 1795—1881)的话说,就是"爱屋及乌"[3]。但更重要的原因是他对古希腊几何学的钟爱。在军事学院时,他已经把《几何原本》引入课堂。莱斯利对此十分恼火,他甚至后悔当初支持华里司。从此,华里司和莱斯利交恶。1830年左右,两人在爱丁堡天文台的设计上意见不和;又为争取实用天文学教授之职而剑拔弩张。华里司还开设"微积分"选修课,1820—1827年间,共开设七次,修读学生有107名,但1828年之后,修读者越来越少,有时甚至连5名学生都没有。[3]

卡莱尔曾造访华里司,见他五十开外,智慧,个子矮,举止率真,说话带苏格兰口音,头顶已秃成"地中海"式。他精力旺盛,在整个苏格兰最重要的一个数学教授岗位上兢兢业业,诲人不倦。但到了1835年,华里司的健康每况愈下。他上书国王,请求政府按他在皇家军事学院和爱丁堡大学的服务年限给他发放退休金。他又致信英国时任上议院大法官的布鲁厄姆勋爵,寻求帮助。1838年,70高龄的华里司辞去了教授职务。同年,爱丁堡大学授予他荣誉法学博士学位。在布鲁厄姆的帮助下,鉴于他在科学和文学上的卓越成就以及先后在皇家军事学院和爱丁堡大学的杰出工作,政府开始为他发放每年300英镑的养老金。

1839年,华里司的健康有了好转。在翌年10月21日给赫歇尔的信中,华里司写道:"三年多来,我在大部分时间里都是在床上度过的,与世隔绝。现在,我又一次出现在人类生存的舞台上。虽然不能行走,只可勉强站立,但我从未停止思考,还撰写了几何与圆锥曲线的著作。"[2]1843年4月28日,华里司与世长辞。

华里司是皇家天文学会和爱丁堡皇家学会的会员、民用工程研究院通讯院士、剑桥哲学会会员。去世前数周,他当选为爱尔兰皇家科学院荣誉院士。华里司热爱苏格兰,曾促成了对数发明者纳皮尔(J. Napier, 1550—1617)纪念碑的建立;他也关注公共慈善事业,曾对爱丁堡公共慈善团体的善款使用情况作过调查。

二、从几何到分析

1835年5月19日,华里司致信布鲁厄姆,希望在布鲁厄姆的帮助下获得政府的养老金。他写道:

"我无法详尽列举自己为拓展英国数学科学所做的各种工作,但我可以告诉勋爵阁下一些,因为您能欣赏我的努力,我所写的论文包含了纯数学七个不同科目的改进和新观点。论文发表在《爱丁堡皇家学会会刊》上。我翻译,并且也是第一个把勒让德和拉格朗日最好的一些思想介绍给英国研究者;我在期刊上给出了原创的数学研究之例,足以组成一两本书;一生辛劳获得这一切,却没有分文的回报。我给苏格兰的两种百科全书撰写了与以往著作风格迥异的数学专论。我相信,第四版《大英百科全书》出版时,剑桥人如饥似渴地阅读其中的"微分"篇,他们还以为这是普雷费尔写的。我和另一个人①最早在我们的著述中把大陆微积分记号引进英国;第一篇采用该学科大师记号的英文流数专论是我给《爱丁堡百科全书》撰写的。我发明了一些数学仪器,特别是其中一种仪器,比原来的比例绘图仪更准确。"[2]

这封信大致客观地概述了他一生的数学工作。

---

①指的是他的同事伊沃里。

早在珀斯学院任教时，华里司就是军事学院雷伯恩（T. Leybourn，1770—1840）主编的《数学文库》的重要撰稿人，有时署实名，有时署笔名（如Hypatia，X，Peter Puzzle，三角学家，G. V.，苏格兰人，爱丁堡人等）。他在该刊物上提出和解答了几何、三角和分析方面的各种问题①，《数学文库》为他带来了名声，也是他被军事学院看中的主要原因。1799年，华里司在《数学文库》上提出抛物线的一个性质：抛物线上三条切线所构成的三角形的外接圆经过抛物线的焦点[8]。为证明该性质，华里司先证明：过焦点向三条切线引垂线，三个垂足位于抛物线顶点处的切线上[9]。正是上述证明，使华里司发现了圆内接三角形的一条重要性质：过圆上一点向圆内接三角形三边作垂线，则三个垂足位于同一条直线上[10]。这条直线后来被称为"辛松线"。英国数学家麦凯（J. S. Mackay，1843—1914）仔细核查文献后发现，它实际上与辛松（R. Simson，1687—1768）并无关系，应称为"华里司线"[11]。抛物线三切线性质使华里司发现了另一个十分漂亮的几何定理：若四直线两两相交，则其所构成四个三角形的外接圆经过同一点[12]。麦凯把该点称为"华里司点"。

华里司还翻译了法国数学家的论文，包括拉格朗日（J. L. Lagrange，1736—1813）的"球面三角形若干问题的解法"[13]、"分数变换的数值分析"[14]和勒让德（A. Legendre，1752—1833）关于椭圆积分的论文[15]，他所说的"第一个把勒让德和拉格朗日最好的一些思想介绍给英国研究者"，指的就是这些论文。华里司的译文完全保留了欧洲大陆通用的微积分记号。

1796年，华里司向爱丁堡皇家学会提交了第一篇论文："一些几何命题（Porisms）及其在问题求解中的应用"，显示了很高的创造才能和古希腊几何学的深刻影响。同时，应罗比逊的要求，他给第三版《大英百科全书》撰写了长文"命题"（Porisms）。1802年，他提交了第二篇论文，文中针对表示行星相互作用引起扰动的代数公式，给出了表示其展开式系数的新方法，该文确立了华里司作为英国一流数学家的地位。《爱丁堡评论》评价道：

> "我们不能不表达对这篇杰作的敬仰。它在各个方面都很杰出，尽管对数学家来说有些琐碎，但其纯正、清晰、不失优雅的文体引人注目。在我们看来，它足以与最杰出的分析家最受推崇的作品相媲美。……在数学上，有如此多的东西有待于世界各国去研究；狭隘地说，要与大陆数学家竞争，我们国家缺少如此多的东西，因此，任何这类杰作的发表都令我们欢欣鼓舞。"[4]

1808年，华里司向爱丁堡皇家学会提交了第三篇论文，题为"圆锥曲线求积新级数与对数计算"，文中给出了若干弧长和等轴双曲线扇形面积的级数表达式。华里司后来才发现，部分级数已经为欧拉所知。1821年，华里司为改进传统的比例绘图仪而发明了更先进的缩放绘图仪，1831年，他在《爱丁堡皇家学会会刊》上对该仪器作了描述。1823年，他在同一刊物上发表了有关函数和增量以及三角公式的研究论文[5, 6]。1839年发表关于椭圆和双曲线扇形性质的论文；1840年发表悬链线的有关数表。1835年，华里司在《剑桥哲学会会刊》上发表长文，研究几何定理在测地问题上的应用[7]，三年后，病榻上的华里司将该文进行扩充，自费出版了单行本。1836年，他还在《皇家天文学会论文集》上发表论文，用微积分方法解开普勒问题。华里司还先后发明了椭圆作图仪和地形测量仪。

华里司是《大英百科全书》和《爱丁堡百科全书》的重要撰稿人。在第四版《大英百科全书》（1810）上，华里司撰写了"代数"、"圆锥曲线"、"流数"、"几何"、"对数"、"测量"、"级数"、"三角"等文章，其中"微分"篇完全采用了牛顿的符号系统。在第七版《大英百科全书》（1830）中，华里司对"微分"篇进行了修订，完全采用了莱布尼茨的符号。第七版的"圆锥曲线"篇被译为俄文，成为俄国的圆锥曲线教材；而第八版（1852）的"代数"和"流数"篇则相继被译为中文，成为中国的代数和微积分教材。

第六版《大英百科全书》中的"代数"篇[16]（与第四、五版基本相同）内容十分丰富，除了概述代数学历史与常用符号的引言外，共分25节，内容分别是：基本运算、分式、乘方与开方、根式、比例、一元方程的化简、多元方程的化简、一元一次方程、一元二次方程、一般方程、三次方程、四次方程、倒数方程、同解方程、具有有理根的方程、方程的近似解、无穷级数、级数的反演、对数函数与指数函数、利息与年金、连分数、不

---

① 华里司于1804年提出的部分问题有：求$(1+1/n)^n$当$n\to\infty$时的极限；已知AB为圆的直径，$FG\perp AB$，垂足为C，过C作DH和KE，分别交圆于D、H和K、E，连KD和EH，交FG于F和G，求证：$FC=GC$；求作一个三角形，使三边分别等于已知长度，且分别过三个已知点；三角形的底边长已知，一个底角是另一底角的两倍，求顶点的轨迹；已知$\cos\varphi+\cos\psi=a$，$\cos5\varphi+\cos5\psi=b$，求$\cos\varphi$和$\cos\psi$；设a、b和c为三角形三边，$a+b+c=A$，$a^2+b^2+c^2=B$，$a^3+b^3+c^3=C$，求该三角形的面积，等等。

定问题、几何问题的代数解法、方程的轨迹、正弦算术。第八版在第六版基础上有所修订①，华蘅芳和傅兰雅中译本《代数术》虽也含二十五卷，但不含"利息与年金"一节，而最后增加了一节，介绍三角学中的棣莫佛公式，正、余弦函数和反正切函数的幂级数展开式。

"圆锥曲线"篇[17]先概述圆锥曲线的历史，然后依次讨论抛物线、椭圆和双曲线的定义和各种性质，最后讨论平面截圆锥的各种情形以及圆锥曲线的曲率。这里，华里司和阿波罗尼斯一样，采用了纯几何的方式来呈现圆锥曲线的性质，而且证明过程中始终以《几何原本》(普雷费尔版)中的命题作为依据，其对古希腊几何学的崇尚之心，流露于字里行间。

"对数"篇[18]的引言部分回溯了对数的历史，然后讨论对数的性质和造表方法，对数的各种运算。"级数"篇[19]讨论了各种数列的求和法，在分别得出一般公式：

$$\sum_{v=1}^{n}\frac{v(v+1)\cdots(v+p-1)}{1\cdot 2\cdots p}=\frac{n(n+1)\cdots(n+p)}{1\cdot 2\cdots p(p+1)}\text{和}$$

$$\sum_{v=0}^{n-1}\frac{1}{(a+v)(a+v+1)\cdots(a+v+p)}=\frac{1}{p}\left[\frac{1}{a(a+1)\cdots(a+p-1)}-\frac{1}{(a+n)(a+n+1)\cdots(a+n+p-1)}\right]$$

之前，从 $p=1$ 入手，由特殊到一般，娓娓道来；自然数幂和公式的推导同样如此。早年失学、靠自学成才的华里司始终能站在读者、特别是没有机会上大学的读者的立场上，特别注重、也十分在行清晰易懂、循序渐进、引人入胜的表达方式，他无疑是一位优秀的作者和数学教师。

华里司为《爱丁堡百科全书》(1803—1830)所撰写的"微分"篇[20]完全采用了莱布尼茨的微分符号。由于华里司的"微分"篇出版于1815年，而剑桥分析学派翻译的拉克洛瓦《微积分基础》则出版于1816年，因此，前者成了英国采用欧洲大陆通行微分符号的第一篇完整的微积分专论。

在"流数术"的开篇，华里司详尽论述了微积分的历史。从欧几里得和阿基米德所用的穷竭法到卡瓦列里(B. Cavalieri，1598—1647)和罗伯瓦尔(G. P. de Roberval，1602—1675)的不可分量法；从笛卡儿(R. Descartes，1596—1650)和费马(P. de Fermat，1601—1665)的切线法到巴罗(I. Barrow，1630—1677)的微分三角形；从沃利斯(J. Wallis，1616—1703)的插值法到麦卡托(N. Mercator，1620—1687)的双曲线求积法；从牛顿的《无限项方程之分析》到莱布尼茨的第一篇微积分论文；从牛顿和莱布尼茨之间的通信往来(通过奥登伯格)到微积分发明权之争；从伯努利兄弟的工作到洛必达(G. L' Hospital，1661—1704)的《无穷小分析》；从贝克莱(G. Berkley，1685—1753)对微积分的攻击(《分析学家》)到麦克劳林的《流数论》；从阿涅西(M. G. Agnesi，1718—1799)的《分析基础》到兰顿(J. Landen，1719—1790)的《余数分析》和拉格朗日的《解析函数论》，今天有关微积分历史的著作中所涉及的数学家和有关著述，无不囊括其中。华里司还提供了一份17—19世纪出版的微积分著作清单，多达近八十种。他对微积分历史的理解是全面而深刻的。

和同时代的德摩根[21]一样，华里司能客观地对待历史。关于微积分发明权，胡顿在其《数学与哲学辞典》的"流量"和"流数"条中，虽然也提到一些人支持莱布尼茨的观点，但他对此不置可否[22]。华里司则明确赞同《爱丁堡评论》关于拉普拉斯(P. S. Laplace，1749—1827)所提出的"费马是微积分真正发明者"这一观点的评论：

"在(微积分)做出发现的时代，人们一致将微积分的荣誉归于牛顿或莱布尼茨，或者，在我们看来，最公正、最有可能的观点是，两者彼此独立地发现了微积分，只是牛顿在时间上优先。数学史作者也持有相同的观点。例如，蒙蒂克拉十分公正地讨论了该问题②，波素也公正地对待英国哲学家的贡献③。在(微积分)发明所导致的这场大争论中，百家之言均可细究；一个所有各方都能认可的最终的、公正的决断就是我们刚才所提到的观点。我们应该有充分理由说，对于如此有

①笔者只能查到第六版。

②蒙蒂克拉(E. Montucla，1725—1799)为法国数学史家，他在《数学史》第三卷中用一章的篇幅详细考察牛顿和莱布尼茨微积分发明权之争[23]。

③波素(C. Bossut，1730—1814)为法国数学史家，他在《数学通史》中用一章的篇幅详细考察牛顿和莱布尼茨的微积分发明权之争。[24]

才能的仲裁者所通过的、迄今生效了一个世纪的裁决①，应该立即做出彻底的改变。”[20]

“微分”篇的第一部分论流数术的基本原理，最后指出：牛顿的流数（u 的流数表示为 $\dot{u}$）就是莱布尼茨的微分（u 的微分表示为 du）。第二部分论直接流数术，包括一元函数的微分、导数（即微系数，华里司称之为流数系数）、高阶微分、高阶导数、微分方程、泰勒公式、不定型（$\frac{0}{0}$）、极值、曲线的切线、面积和弧长的微分、旋转体体积和表面积的微分、曲率圆、渐屈线、二元函数的偏导数与全微分。第三部分论反流数术，即不定积分，包括基本初等函数、有理函数、无理函数、二项式、指数函数、对数函数、三角函数的不定积分（流量）、利用幂级数求积分、曲线求积、曲线求长、立体的体积和表面积、一阶微分方程、二阶和高阶微分方程、杂题求解。从“流数”篇可见，华里司吸收了欧洲大陆的微积分研究的众多成果，但内容仍比拉克洛瓦《微积分》少，如不含导数在研究函数性态时的应用。

1832 年，华里司以“G.V.”为笔名在《哲学杂志》上发表两篇论文，运用微积分方法来讨论征税方法。它的背景是当时议会正在讨论的选举法修正法案，法案要求根据房屋数和上一年税收总额，对英格兰和威尔士各自治市的经济重要性进行排序。两种标准的具体实施方法引起激烈争论。议案（草案）中的实施方法由苏格兰著名工程师、皇家工兵部队的德鲁蒙（T. Drummond，1797—1840）中尉草拟，内容如下[2]：

1. 求出各自治市平均户数 H，各自治市实际户数 h 除以 H，得 $\frac{h}{H}$；

2. 类似地，求出各自治市平均纳税额 T，各自治市实际纳税额 t 除以 T，得 $\frac{t}{T}$；

3. $\frac{h}{H}+\frac{t}{T}$ 度量了各自治市的经济重要性。

该方案受到很多人的批评，有人提议采用几何平均 $\sqrt{ht}$。为支持爱丁堡校友德鲁蒙，华里司决定用严格的数学原理来证明，自治市经济重要性的度量只能有一种函数，从而中止争论。华里司以三个原理作为出发点：

1. 户数相同、纳税额相同的自治市，重要性相同。

2. 若一自治所含户数和纳税额是另一自治市的两倍，则它的重要性也是另一个的两倍；其他倍数与此类似。

3. 若一个自治市所含户数等于几个市的总和，且纳税额也等于这些市的总和，则该市的重要性等于所有这些市的重要性之和。

设 $x=\frac{h}{H}$、$y=\frac{t}{T}$ 和 $\frac{b}{B}$ 为任一自治市与某一特定市的户数、纳税额和重要性之比，$\frac{b}{B}=f(x,y)$。用 x，x' 表示任两个市，根据上述原理，

$$f(x,y)+f(x',y')=f(x+x',y+y')$$

由此可得（华里司没有采用今天的偏导数记号“∂”）

$$\frac{df(x,y)}{dx}=\frac{df(x',y')}{dx'},\ \frac{df(x,y)}{dy}=\frac{df(x',y')}{dy'}$$

因两个市是任意的，故这些导数一定是常量，因此

$$\frac{b}{B}=m\left(\frac{h}{H}\right)+n\left(\frac{t}{T}\right),$$

① 英国皇家学会于 1712 年 3 月 6 日任命了一个委员会，审查发明权之争所涉及的牛顿和莱布尼茨的有关信件和论文。委员会由阿布斯诺特（J. Arbuthnot，1667—1735）、希尔（A. Hill，1635—1722）、哈雷（E. Halley，1656—1742）、琼斯（W. Jones，1675—1749）、马青（J. Machin，1680—1751）、布尔内（W. Burnet，1688—1729）组成，3 月 21 日增加罗巴特（F. Robartes，1650—1718），3 月 27 日增加博内（L. F. Bonet，1670—1762），4 月 17 日增加棣莫佛（A. De Moivre，1667—1754）、阿斯顿（F. Aston，1645—1715）和泰勒（B. Taylor，1685—1731）。他们大多为牛顿的朋友或学生。4 月 24 日，该委员会提交了一份仲裁报告（由哈雷执笔），不久以《通报》（*Commercium Epistolicum*）为名出版，结论是：牛顿是微积分的第一个发明者，莱布尼茨则可能从牛顿的著述中获得某种启发，从而创造了他自己的微积分。参阅文献〔25〕和〔26〕。18 世纪英国人的普遍看法是，牛顿是微积分的发明者，莱布尼茨则是剽窃者。

其中 m，n 是常数。这与德鲁蒙的方案一致(对应于 $m=n=1$)，但与几何平均方案相悖。这大概是微积分应用于政治学领域的最早的例子之一。

三、从西方到东方

华里司是一位杰出的分析学家。他的同时代人中，布鲁厄姆最熟悉华里司的数学工作，他常常赞美华里司和伊沃里的功绩。在为华里司竞选爱丁堡大学数学教席的推荐信中，布鲁厄姆称：华里司和伊沃里无论在国内还是在国外都是一流的数学家；在 1860 年爱丁堡大学就职演讲中，又称他们是“深受现代分析原理影响的著名数学家”[2]。此外，剑桥分析学会创始人之一、与华里司保持通信的赫歇尔在给《爱丁堡百科全书》所写的“数学”一文中提到了华里司。华里司去世后，《皇家天文学会月刊》发表一篇未署名的纪念文章[1]，作者对华里司作了客观的评价。

但华里司在英国长期被忽略。1833 年，剑桥分析学会另一位创始人皮考克在 1833 年剑桥科学促进会的一次会议上作了关于“分析的某些分支”的报告，报告为几位剑桥数学家歌功颂德，却只字未提苏格兰数学家华里司的早期工作。华里司深感不公正。他于同年致信皮考克：“你对(分析方面)某些改进步骤的具体时间可能不甚了了，不能想当然，你本该了解那些远离剑桥这个数学圣城的无名小卒所做的努力……约在 1807 年，我放弃了英国的记法，从那以后，在《数学文库》的文章中采用了国外的记法……我相信，这是该记法在英国数学中的最早运用。我可以向你保证，我们是用一种革命性的精神来用它的……”[2]。关于《爱丁堡百科全书》上的文章，华里司称自己是第一个采用欧拉和外国数学家记号为英国公众撰写微积分专论的人。

剑桥大学三一学院的格雷戈里(D. F. Gregory，1813—1844)在其《微积分方法例题集》[27]中、哈登的学生米勒(Thomas Miller)在《微分专论》中都只字未提华里司。三一学院的休厄尔(W. Whewell，1794—1866)在《归纳科学的历史》中忽略了苏格兰数学家的贡献。同为三一学院的鲍尔(W. W. R. Ball，1850—1925)在《剑桥数学研究史》[28]中没有提及华里司，他在另一部著作《数学史简述》中称：“19 世纪初，使用分析方法、其著作在此值得一提的几乎唯一一位英国数学家是伊沃里。”[29]

连苏格兰作者们也忽略华里司。莱斯里在为第七版《大英百科全书》所写的“18 世纪数学和自然科学之进步”中、福布斯(J. D. Forbes，1809—1868)在为第八版《大英百科全书》所写的“1775—1850 年间数学和物理学之进步概观”中都无视华里司的存在。出生于苏格兰、曾就读于爱丁堡大学、后去美国的数学家麦克法兰(A. Macfarlane，1851—1913)在《19 世纪十位英国数学家》中也说：“19 世纪初，只有一位英国数学家(即苏格兰人伊沃里)熟悉大陆数学家的成就。”[30]

为什么华里司受忽略？我们认为，原因之一是华里司早年教育的不足。英国人在谈及大陆微积分的传播乃至 19 世纪的英国数学时，几乎言必称剑桥，认为 19 世纪绝大多数英国数学家都是剑桥数学荣誉学位考试一等成绩获得者。华里司连大学都没有上过，很容易受到出自剑桥的作者们的轻视。原因之二是华里司的百科全书文章都是不署名的，正如华里司自己所叙述的那样，剑桥人还以为第四版《大英百科全书》中的“流数”篇出自普雷费尔的手笔。卡约黎(F. Cajori，1859—1930)在《英国极限和流数概念的历史：从牛顿到伍德豪斯》一书里，虽介绍了第四版《大英百科全书》中的流数篇[31]，也只字未提其作者华里司。虽然在第五版《大英百科全书》前言里，明确提及“流数”篇等数学文章的作者是华里司，但此时，拉克洛瓦的《微积分基础》已经翻译出版，风行英伦，华里司的“流数篇”自然也就受冷落了。原因之三是，莱斯利和哈登对华里司心存芥蒂，因而他们和他们的学生在著作中可能有意忽略华里司。最后一个原因是，由于 18 世纪英国数学家与欧洲大陆数学家的隔阂，华里司早期的一些分析工作部分重复了欧洲数学家的研究，这样，他的历史功绩就打了折扣。

在傅兰雅 1868 年 7 月 31 日为江南制造局所订购的书单中，我们发现了全套《大英百科全书》(第八版)[32]。傅兰雅选择了其中的三篇进行翻译：华里司的“代数”篇、“流数”篇和苏格兰数学家加罗威(T. Galloway，1796—1851)的“概率”篇(中译名“决疑数学”，未署名)。显然，傅兰雅的选择带有一定的偶然性，倘若他当初订购到剑桥分析学会翻译、拉克洛瓦原著的《微积分基础》，那么，华里司的名字也就不会为中国人所知。正是傅兰雅成就了这位逆境成才的数学家和欧洲大陆微积分早期传播者在晚清中国的名声。

〔参 考 文 献〕

〔1〕Anon. Obituary of William Wallace〔J〕. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 1844, 6(4): 31—41.
〔2〕A. D. D. Craik. Calculus and Analysis in Early 19th—century Britain: The Work of William Wallace〔J〕. *Historia Mathematica*, 1999 (26): 239—267.
〔3〕A. D. D. Craik. Geometry Versus Analysis in Early 19th—century Scotland: John Leslie, William Wallace and Thomas Carlyle〔J〕. *Historia Mathematica*, 2000(27): 133—163.
〔4〕Anon. Review of William Wallace's Paper in the Transactions of the Royal Society of Edinburgh〔J〕. *Edinburgh Review*, 1802—1803, 1: 507—510.
〔5〕W. Wallace. Investigation of Formulae for Finding the Logarithms of Trigonometrical Quantities from One Another〔J〕. *Transactions of the Royal Society of Edinburgh*, 1823(10): 148—167.
〔6〕W. Wallace. A Proposed Improvement in the Solution of A Case in Plane Trigonometry〔J〕. *Transactions of the Royal Society of Edinburgh*, 1823(10): 168—170.
〔7〕W. Wallace. Geometrical Theorems, and Formulae, Particularly Applicable to Some Geodetical Problems〔J〕. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, 1835(6): 107—140.
〔8〕W. Wallace. Prize Question 88〔J〕. *Mathematical Repository*, 1799(1): 309.
〔9〕W. Wallace. Prize Question 88, Answered by the Proposer〔J〕. *Mathematical Repository*, 1801(2): 54—55.
〔10〕W. Wallace. Mathematical Lucubrations〔J〕. *Mathematical Repository*, 1801(2): 111.
〔11〕J. S. Mackay. The Wallace Line and the Wallace point〔J〕. *Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society*, 1891(9): 83—91.
〔12〕W. Wallace. Question 86〔J〕. *Mathematical Repository*, 1806, new series, 1: Part I, 22.
〔13〕J. L. Lagrange. Solutions of Some Problems Relative to Spherical Triangles, Together with A Complete Analysis of These Triangles〔J〕. *Mathematical Repository*, 1806, new series, 1: Part III, 1—23.
〔14〕J. L. Lagrange. An Essay of Numerical Analysis, on the Transformation of Fractions〔J〕. *Mathematical Repository*, 1806, new series, 1: Part III, 24—40.
〔15〕A. M. Legendre. A Memoir on Elliptic Transcendentals〔J〕. *Mathematical Repository*, 1809, new series, 2: Part III, 1—34; 1814, new series, 3: Part III, 1—45.
〔16〕W. Wallace. Algebra〔A〕. *Encyclopaedia Britannica* (the 6th edition, Vol. 1), Edinburgh: Archibald Constable & Company, 1823: 603—677.
〔17〕W. Wallace. Conic Sections〔A〕. *Encyclopaedia Britannica* (the 6th edition, Vol. 6), Edinburgh: Archibald Constable & Company, 1823: 519—548.
〔18〕W. Wallace. Logarithms〔A〕. *Encyclopaedia Britannica* (the 6th edition, Vol. 12), Edinburgh: Archibald Constable & Company, 1823. 63—84.
〔19〕W. Wallace. Series〔A〕. *Encyclopaedia Britannica* (the 6th edition, Vol. 19), Edinburgh: Archibald Constable & Company, 1823: 172—185.
〔20〕W. Wallace. Fluxions〔A〕. *Edinburgh Encyclopaedia* (the First American Edition, Vol. 9), Philadelphia: Joseph & Edward Parker, 1832: 110—191.
〔21〕汪晓勤:德摩根:杰出的数学家、数学史家和数学教育家〔J〕,自然辩证法通讯, 2001, 23 (1): 70—84。
〔22〕C. Hutton. *A Mathematical & Philosophical Dictionary* (Vol. 2)〔M〕. Bristol: Thoemmes Press, 2000: 478—482, 484—490.
〔23〕J. E. Montucla. *Histoire des Mathématiques* (Tome Troisieme)〔M〕. Paris: Henri Agasse, 1802: 102—110.
〔24〕C. Bossut. *A General History of Mathematics from the Earliest Times to the Middle of the Eighteenth Century*〔M〕. London: John Johnson, St Paul's Churchyard, 1803: 359—379.
〔25〕A. De Morgan. *Essays on the Life and Work of Newton*〔M〕. Chicago & London: The Open Court Publishing Company, 1914: 27—28.
〔26〕D. Brewster. *Memoirs of the Life, Writings, and Discoveries of Sir Issac Newton* (Vol. 2)〔M〕. Edinburgh: Thomas Constable & Co., 1855: 48—51.
〔27〕D. F. Gregory. *Examples of the Processes of the Differential and Integral Calculus*〔M〕. Cambridge: J. & J. J. Deighton, 1841.
〔28〕W. W. R. Ball. *A History of Study of Mathematics in Cambridge*〔M〕. Cambridge: Cambridge University Press, 1889.
〔29〕W. W. R. Ball. *A Short Account of History of the Mathematics*〔M〕. Cambridge: Cambridge University Press, 1893: 445.
〔30〕A. Macfarlane. *Lectures on Ten British Mathematicians of the Nineteenth Century*〔M〕. New York & London: John Wiley & Sons, Chapman & Hall, 1916: 10.
〔31〕F. Cajori. *A History of the Conceptions of Limits and Fluxions in Great Britain from Newton to Woodhouse*〔M〕. Chicago & London: The Open Court Publishing Company, 1919.
〔32〕A. A. Bennett. *John Fryer: The Introduction of Western Science and Technology into Nineteenth—Century China*〔M〕. Cambridge: Harvard University Press, 1967.

〔责任编辑　王大明〕

Abstract: 18 century "significantly" became a time of "faith of science". As a noble undertaking, science has gained a stable position. Through publications and itinerant lectures, science was spread to the unprecedented wide scope. Through the channels of organization, for example, the Royal Society and the Royal Society of Arts, provincial scientific societies, Dissenting Academies, Scotland and Ireland's scientific societies, science and industry has been effectively combined. As a way of cultural self-expression, science became an indispensable element of British culture. Scientific knowledge became "public knowledge". The leap resulting from the integration of science into the modern culture is as significant as Scientific Revolution.

Key Words: 18 century; Science and culture; Science and Industry; Provincial scientific societies; Itinerant lectures

The Significance of Spiritual Value of *Zhou Yi* on the Construction of Modern Ecological Ethics (p.90)

WANG Xu-qin

(Hangzhou Institute of Commerce, Zhejiang Gongshang University, Hangzhou, 310018)

Abstract: In the process of constructing modern ecological ethics, the choice concerning the value standard or the spiritual value is a core issue. From the recognition of "vitalizing the life from its very origin" to the identification of "live and let live", then to the unification of noumenon and subjectivity, which is the highest ideal of "combination of virtues of the heaven and the man", *Zhou Yi* has established an integral and vigorous cultural value system. Among the body of cultural value system, the spiritual value can be taken as a valuable reference to which the theoretical difficulties of modern ecological ethics can be constructed.

Key Words: Live and let live; After a good; Combination of virtues of the heaven and the man; Worship of virtue to extend human

William Wallace: A Self-Trained Mathematician, Early British Propagator of Continental Calculus (p.97)

WANG Xiao-qin, CHEN Hui

(Department of Mathematics, East China Normal University, Shanghai, 200241)

Abstract: William Wallace (1768-1843), a self-trained Scottish mathematician, discovered many geometric theorems, of which the best known are 'Wallace line' and 'Wallace point'. He was the first to translate the relevant papers of Legendre and Lagrange into English and one of the first to introduce into Britain Leibniz's notations of differential and integral calculus. His article on fluxions in Edinburgh Encyclopaedia is the first complete treatise on calculus which adopts Leibniz's notations. He published many original mathematical papers, especially in analysis. He invented some mathematical instruments. He applied the differential calculus to the taxation of boroughs. His articles on algebra and fluxions were successively translated into Chinese by Fryer (1839-1928) and Hua Hengfang (1833-1902), thus becoming important Chinese textbooks on algebra and calculus. These textbooks made him well known to literati in China late in the 19th century, though he has long been neglected in his own motherland.

Key Words: William Wallace; Calculus; Encyclopaedia

The Subject of Perception: Mind or Brain?——A Review of Chen Gang's Perceptual Dualism (p.106)

WEI Zhi

(Institute of Philosophy, Chinese Academy of Social Sciences, Beijing, 100732)

Abstract: Chen Gang's Perceptual Dualism promotes the study of the mind-body problem and contains many new elements which are improvements over relevant previous theories. However, it takes mind as the subject of perception, therefore it invokes some new problems. For example, how does the mind do the internal perception in the brain, and how does brain give rise to mind? The paper finally does a comparison between Chen Gang's Perceptual Dualism and Ervin Laszlo's Perceptual Dualism, and between emergentism and such dual aspect theories.

Key Words: Dual perceptions; Double perspectives; Perception subject; Mind; Brain

---

责任校对：张　颖

英文编辑：Don Faust