

文章编号: 1000-8934(2004)09-0086-04

一卷永不过期的数学狂怪档案

汪 晓 勤

(华东师范大学 数学系, 上海 200062)

摘要: 19世纪英国著名数学家德摩根的《悖论集》是一卷形形色色的数学狂怪的经典历史档案, 是一部绝世的数学警世通言。这卷历史档案永不过时, 它已将过去, 现在和将来的数学狂怪刻画得入木三分、讽刺得淋漓尽致。读了《悖论集》, 你一定会感到再也没有必要对今天的数学狂怪们作什么评论了。

关键词: 德摩根; 化圆为方; 三等分角; 数学狂怪

中图分类号: O11

文献标识码: A

一开始人们管我叫作圆, 是一条曲线环绕了一圈就像那天上太阳的路线, 或绚丽的彩虹横跨云端我可是一个高贵的图案, 缺少的惟有起点和终点但新情况让我倍觉讨厌, 一些新角想把我给污染这件事阿契塔从没见过, 连伊卡洛斯之父也免谈试问能求出我的面积者, 到底是何方幸运的神仙

在那深深的托里亚海角, 和波光粼粼的美丽湖畔有一个富足快乐的国家, 她离古萨宫斯特并不远这地方住着一位老诗人, 夜夜仰观星辰从不间断他常常作出自己的发现, 让那些智者们望洋兴叹老者到哪儿都冥思苦想, 常常忘了自己的三餐饭他不知道如何放好圆规, 也不知道怎样作好直线千真万确就是这位大师, 把你的面积精确地计算

这是16世纪荷兰人法尔科(Jacobus Falco)在他的化圆为方著作中虚拟的一场对话。第一段是圆“说”的话, 第二段则是作者自己的回答。法尔科管自己叫诗人, 我们不该有意见, 因为他的诗的确写得不赖; 他仰观星辰, 夜夜不辍, 思索问题, 废寝忘食, 这种科学研究精神也实在令我们敬佩, 让我等汗颜; 但是, 因为“精确”地计算出了圆面积而自贴“大师”标签, 我们……

自希腊古典时期雅典的辩士学派——鼎盛于公元前5世纪末的一群职业教师提出化圆为方、三等分角和倍立方这三大尺规作图难题以来, 我们所生活的这个地球上就一直有人过不上平静的日子。如果说当年阿那克萨哥拉(Anaxagoras, 公元前500~428)在铁窗下很充实地消磨寂寞时光, 乃是受益于化圆为方问题的话, 那么这样的受益者实在屈指可数。阳光下有的是好奇、好胜、好高、好名、好奖的“五好牌”们。即便是1755年法国科学院作出不再审查化圆为方问题解法的重要决定(这都是数学史家蒙蒂克拉惹的祸, 他在上一年出版了《圆积研究史》)后, “五好牌”们依然层出不穷, 粉墨登场。23年后, 一位名沃森维尔(Vausenville)的化圆为方

者强烈要求科学院收回成命, 为他授奖。

如果地球上没有“圆”这玩意儿, 那么斗大的字不识一升的法国人拉孔(Lacomme)先生一定会安居乐业的。那是1836年的事, 从事掘井工作的拉孔先生造了个圆形蓄水池, 为了在池底铺石, 他需要知道石方, 为此他去请教一位数学教授。当他向教授提出这个问题, 并告知池底直径时, 教授这样回答他: “我无法告诉你精确的数值, 因为迄今还没人求得圆周和直径的精确比值。”拉孔着实吃了一惊。强烈的好奇心驱使他暗暗下决心解决这个难题。一开始, 他设计了一种机械方法, 并自信已经获得了成功。从此, 他开始自学数学, 并用数学方法来求圆周率值, 结果与机械方法所得完全“一致”! 从那以后, 他再也不想去挖什么井, 造什么池了。他成功地实现了角色转换, 扔掉了铁锹, 执起了教鞭。他奔走呼号, 大打圆周率品牌, 为的就是要引起那些科学社团的注意。无奈好事多磨, 事与愿违。不过他依然相信, 是金子总会闪光!

1855年, 拉孔先生去了巴黎, 好运果然来了。在那里, 他偶然认识了一位年轻人, 便立即向他“兜售”自己的圆周率求法。年轻人立即被迷住了, 他回家在他那在警察局当专员的老爸面前竭力夸奖拉孔, 并怂恿老爸给他推荐推荐。于是专员就把这位“数学家”引荐给巴黎艺术与科学学会。学会立即成立一个专门委员会来审查拉孔先生的“发现”。不用说, 委员会并没有找出什么茬, 因为艺术与科学学会在1856年3月17日的会议上给拉孔先生颁发了银质奖章一枚。据说拉孔先生后来还荣获巴黎的其他学会颁发的三枚奖章。想必这些学会与法国科学院没有什么来往。

拉孔的圆周率结果到底是什么? 请不要惊讶, 它不过是一个古代巴比伦人已经获得过的老掉牙的分数: $25/8$ 。

这是19世纪英国大数学家德摩根(A. De Morgan, 1806~1872)在《悖论集》中叙述的一个故事。这里, 德摩根暗示, 大凡“五好牌”们都有一些共同的特点: 一是不懂数学; 二是惟恐天下不知, 急于要让世人承认自己的“发现”; 三是不拿

收稿日期: 2004-03-18

基金项目: 本文得到上海市重点学科建设项目基金、数学天元青年基金(10226008)资助

作者简介: 汪晓勤(1966-), 浙江开化人, 副教授, 博士, 主要从事数学史研究。

大奖就不善罢甘休。

面对“五好牌”们一个接一个的化圆为方问题的解法，德摩根曾好心地劝导他们不要浪费时间。也不知他得罪了多少个人。

那是 1849 年的某一天，一位钟表匠带着他的化圆为方论文来到伦敦，找上了大学学院大名鼎鼎的数学教授德摩根。这位化圆为方者此前曾致信当时的大法官，狮子大开口，要求大法官立即授权奖给他 10 万英镑。德摩根看过他的文章后，写了封回信，大意说钟表匠还不具备能看清问题本质的必要数学知识。不久，他收到了钟表匠朋友的回信，信的字里行间都充满着怒火：

摩根博士台鉴：请容鄙人冒昧来函。野兽或有比我们更敏锐之双眼看清可见之事物，然其于精神之对象则视若无睹了。因此，那些自以为受外部对象支配，仅相信自己之眼睛和感觉，仅容得下自己肤浅之理解和想像的人，乃是与兽类最近的了！

鄙以为人人皆有其优点与才能，皆应视价值与益处而得到鉴赏与评价。不论其处于何种幸运抑或不幸之境地，人人皆乐于了解自身之价值与地位。拥有阁下之地位与荣誉者倘不能理解或解决可释以文字、解以数字的问题，则最好读读这句谚语：去做你会做之事。鄙人建议这等先生即刻改行，去主日学校与众孩子们厮混，学习能学之事。真诚感谢阁下之懦弱无能。

数学上胜阁下 一筹者叩首

1849 年 6 月 29 日

五天以后，德摩根收到余怒未消的化圆为方者的第二封信，信中说，他已经把自己的论文寄给了美国的一位教授，对方对他的工作表示鼎力支持，并告诉他这项工作在美国一定能拿大奖。他还说他在自己的祖国受到不公正的对待，真想一走了之，但他又不想丢自己祖国的脸，如果他走了，全世界都会知道他在英国是如何受到冷遇的了。这回他谦虚了不少，署名“一个希望得到应得评价者”。

德摩根本已把这事丢在一边；不料四天后，那“五好牌”的一位朋友写来了一封信，弄得德摩根哭笑不得。信中写道：

敝友曾亲奉其不同凡响的圆面积成果与阁下审阅，藉以寻求阁下之高见。他坚信阁下不仅会公正对待此事，而且以阁下之数学造诣，定能如实对该主题作出令人敬仰之决断。然而，阁下这样做了吗？如果阁下做了，不论决断如何，鄙人都将喜极而向阁下道贺，遗憾的是，阁下之回信不过是无价值之遁词而已。阁下说“很不幸你（某某先生）会试图去解这个问题（化圆为方），因为你的数学知识还不足以让你明白该问题本质之所在”云云，可是阁下却只字不提问题本质到底在于什么，噢！阁下根本就没有研究过某某先生错在那里，其实阁下心里清楚他是做出来了。他做出了阁下以及任何其他自封的数学家们做不出来的难题。阁下不肯坦率地承认他已经解决化圆为方问题，要我告诉阁下到底是什么原因吗？那是因为他已赢得自古以来数学家们梦寐以求的桂冠。正是这个贫穷的、卑微的匠人赢得了胜利，而阁下却不愿承认，不愿被打败，更不愿承认自己算错了，一句话，阁下的心

胸太狭窄，不愿承认他是真的。

敝友曾询问我的看法，我坚持给予支持，我的看法不仅得到某某先生——家住南沃克地区的数学家和钟表匠，而且也得到美国数学教授和权威的支持。某某先生和我们都认为，他至少和你一样权威。某某先生说美国政府鉴于他的发现将授予他硕士学位。如果儿女们要被迫到国外才能得到他们应得的回报，那么号称自由之乐土、艺术与科学之殿堂的古老的英格兰岂不丢尽了脸面！

类似于这位“打抱不平”的人德摩根遇见很多很多。

但是，最难对付的“五好牌”还要数家住利物浦附近的詹姆斯·史密斯（James Smith）先生。这家伙一发而不可收，先后写了十来本关于化圆为方的书或小册子！德摩根评价说：“在所有靠谬误出名的人物中，他无疑是最能干的蛮不讲理大家，最杰出的胡编乱造高手。与他相比，普通的化圆为方者都只不过是提不提的正统派了。”

和拉孔先生一样，史密斯求得圆周率的值是 $25/8$ 。他把结果寄给不列颠协会（British Association），该协会置之不理，于是他改变策略，把文章标题改成“正方形内接圆的关系式”，协会终于不得不接受它。这下史密斯的口气大了起来，说自己“可不是那种允许不列颠协会小看的人物”。史密斯先生到处散发小册子。他的面子真够大的，大数学家哈密尔顿（W. R. Hamilton, 1805 ~ 1865）用一种连普通中学生也能看明白的方法证明了他的错误。大科学家惠威尔（W. Whewell, 1794 ~ 1866）用了比哈密尔顿的方法还要简单的方法试图让他明白自己的错误。一位名字被他简化成 E. M. 的数学家写信给他，好心地指出他的错误，却不料引火烧身，不得不和他进行了长时间的通信，结果前功尽弃，全线溃败。原来史密斯先假设圆周长是直径的 $25/8$ 倍，然后证明其他的圆周率值都导致谬误，这就是他的推理方法，他甚至否认圆面积介于内接和外切正多边形之间。这信还通得下去吗？最后，史密斯先生在一封信中提出要出版自己的化圆为方方法以及他们的通信，E. M. 才感到事情不妙。他强烈抗议史密斯的出版计划，说“我可不想让世人耻笑我，说我如此愚蠢，竟然会讨论这样可笑的事”。哈密尔顿、惠威尔以及那位 E. M. 都在浪费笔墨和感情，因为史密斯毅然决然地把书出版了。

在对待史密斯的问题上，有两个人采取了十分明智的态度。一是皇家天文学家艾里（G. B. Airy, 1801 ~ 1892），他在回信中说：“先生，听你讲这样的主题乃是浪费时间。”史密斯在他大作的前言里抨击他“倒行逆施”。另一个人就是德摩根。尽管德摩根在杂志上不断发表对史密斯的评论，但从不和这个“五好牌”直接通信。史密斯就把他比作“难以逮住的老鸟”，并写信给他，说自己的解法将让德摩根不得不相信那是个不争的事实，将让德摩根博得无知和愚蠢的骂名。

据德摩根说，历史上只有 17 世纪的一位名叫理查德·怀特（Richard White）的耶稣会士化圆为方者承认过自己的错误。他发现，许多“五好牌”都有一种看法：数学家们都穿一条裤子联合起来对付他们、欺骗他们，不让他们出头。因此，化圆为方者们最终普遍对数学家充满敌意。或许正是由于这个原因，许多化圆为方者们竭力寻求其他领域的支持者。

且看一个被德摩根称作“化圆为方者的庇护人”、大名叫圣维特斯(St. Vitus)的“五好牌”在其出版于1855年的有关化圆为方著作中所罗列的赞扬或感谢者名单:路易·拿破仑向他致谢;图灵的一位公使向科学院推荐他的著作,称其值得人们敬仰;牛津大学副校长称该大学从未提出过这个问题;巴登的雷秦亲王收到该著作后极感兴趣;维也纳科学院尚未能研讨这个问题;图灵科学院致以最特别的感谢;秕糠学会^①只关注文学,但也表示感谢;西班牙女王收到此书后表示最衷心的感谢;萨拉曼卡大学表示无限感激,并为拥有此书而感到由衷满意;巴尔墨斯顿勋爵表示感谢;尚未掌握意大利文的埃及总督表示,等此书译成法文后,他将在最早的空闲时间里研读此书,同时他祝贺作者攻克了一个这么长时间以来一直都未能解决的难题。令人大跌眼镜的是,圣维特斯惟恐天下不知的结果竟是一个连拉孔先生都会嗤之以鼻的分数:16/5。

德摩根总结了七类他所认识的“五好牌”:

(1)只懂点古代哲学,对现代知识一无所知。德摩根的一位朋友认识这样一位衣衫褴褛的中学校长,他声称自己发现了太阳的组成成分。“你怎么发现的?”“考虑四行。”“什么四行?”“当然是火、气、土、水。”“那你知道人们早就发现气、土、水不是元素,而是混合物吗?”“先生,你这是什么意思?有谁听说过这等事情?”

(2)认为数学难题是谜,灵感来了就能解决。一位上流社会的贵族在读了德摩根的一篇评论化圆为方问题的文章后,用笔在纸上画了个圆,又作了个正方形,希冀这个正方形碰巧是与圆等积的。他把自己所作的图拿给实用知识传播会的秘书,让他把图交给德摩根看。

(3)为了扬名于世,甘冒天下之大不韪。一位职位很高的外交官在国外任职期间的某一天,想到求圆周率其实并不难:只要把圆沿着直线旋转一周(使最低点重新回到最低点),圆走过的长度与圆等长。他回国后开始谋求爵位。他当然没有成功。他找到德摩根,说自己觉得没有得到公正的对待。

(4)认为数学家不会为日常目的去求圆面积。一个工人量得圆柱的高,又求得它的体积,然后他求出了圆周率,约为3.14。他来到伦敦,由他人带路找到德摩根家。他读过卡特(Kater)的实验,也看过1825年的度量衡法案。不管德摩根说什么,他总是回答说:“先生!我依据的可是卡特上尉和议院法案。”桌上恰有一本《天文纪事》(Astronomical Memoirs)的校样,上有一篇记录大量的行星观测位置和预测位置的比较,于是德摩根把校样拿给“五好牌”看,问道:“一个人如果不比你更精确地了解圆,他怎能做出这么精确的计算呢?”“五好牌”十分震惊,记下了几本书名,表示回去后好好拜读一下。

(5)到国外去寻求奖金。一个耶稣会士带着他的化圆为方结果和一张剪报,从南美千里迢迢来到伦敦,找到了德摩根。他说报纸上说的,英国为化圆为方设立了大奖。德摩根告诉他,英国从没有设什么奖,还告诉他17世纪理查德·怀

特的事。那“五好牌”大惊,发誓出书之前一定阅读更多的几何著作。不料,几天之后,德摩根就看到那“五好牌”耶稣会士的新书广告。

(6)在国内申请大奖。如前述沃森韦尔和钟表匠。

(7)自欺欺人,认为自己说服了每一位出于礼貌耐着性子倾听的人。一位老者找到德摩根,自称已经发现宇宙是如何起源的。一个分子经过振动后变成了太阳;再经过振动就变成了水星,等等。德摩根采用了他认为是最简短的方式来打发可怜的“五好牌”——先耐心听他说完,然后评论说:“我们关于弹性流体的知识是不完善的。”“先生!”老者说,“看得出来,你已经理解了我所说的理论的正确性。作为回报,我才会告诉你——除了那些能够接受我的理论的人,我从不透露给别人——一个小小分子的振动导致太阳系的诞生,此乃约翰福音之道!”老者又去找另一位名叫拉德纳(Lardner)的博士,可人家并没有德摩根的耐心,不等他说完就毫不客气地泼了凉水让他走人。老者离开之前说道:“先生,德摩根接待我的方式可完全不同!他仔细听我说,他对我的理论的正确性感到完全满意。”“五好牌”们所说的多少多少专家的审查结果大概都是这样诞生的。

德摩根是19世纪著名的数学史家、藏书家、文献学家,藏书多达三千余种。绝大多数悖论求解者都是他自己所收藏的数学出版物的作者或自己遇到过的人。用不着对德摩根笔下那些狂怪们的行为表示怀疑,也不要误以为德摩根是在编故事取悦读者。由于他在当时英国数学界的崇高地位,不用说,“五好牌”们会趋之若鹜。因此,没有人比他更了解“五好牌”。

也许你会说:德摩根笔下的悖论求解人乃是时代的自然产物,因为在德摩根所生活的时代,数学家并没有彻底证明三大几何难题的不可能性。但是,即使在德国数学家林德曼(C. Lindemann, 1852~1938)1882年证明圆周率的超越性,从理论上彻底证明化圆为方作图的不可能性,又能怎样呢?林德曼的惊世论文依然阻止不了化圆为方的脚步。如果德摩根能够活到今天,那么他肯定会再写出几本《悖论集》续集的。

20世纪50年代初,中国数学家华罗庚先生几乎成了德摩根第二,一些中国“五好牌”们拒绝相信三等分角尺规作图是不可能的,有人在写给他的信中甚至说,国民党统治时期不能解决的难题,在新中国一定能解决。《中国数学杂志》以及后来更名的《数学通报》三度发表声明,告诫三等分角者不要浪费时间。然而,收效全无,三等分角的稿件依然源源不绝。

20世纪80年代,美国数学家杜德利(Underwood Dudley)不辞辛劳地搜集“五好牌”们的研究“成果”,得三等分角作图法共两百余种。和化圆为方者们一样,他们表现出对数学的无知、对奖金的渴求、对自我的标榜、对数学家的不满甚至愤怒、对世人的接受和承认的急不可耐。一位三等分角者如是说:“掌握科学知识的人类怎会如此愚蠢?任何一位科学家或数学家在他还未开始着手研究手头的难题就说它不可能,这只能表明他无能。”一位新奥尔良的三等分者于

^① 又译克鲁斯卡学会,1582年成立于佛罗伦萨,是研究和捍卫意大利语的文学团体。

1953年写道：“我们发现，当代的数学权威们并不试图去解决这些难题，却去写一些阐述不可能证明它们的论文。不鼓励这些难题的求解者，反而打击他们，还封他们为‘狂怪’。”一位“五好牌”因为杜德利在回信中说话不中听，便给他的校长写告状信，列数他的种种罪过！

1933年，美国的一位大学校长给出三等分角作图法，他还声称“解决”了倍立方问题并“证明”了欧几里得第五公设；1973年，一位来自杜塞尔多夫的69岁的退休公务员，声称自己在整整40年里，花费12000多小时，终于找到了这个作图法；1986年，一位三等分角者声称：有50多位数学教授（其中许多为博士）评价了他的论文，并支持他的证明；1951年，底特律一位82岁高龄的“五好牌”向各州一流大学、各家著名私人研究机构，还有包括爱因斯坦在内的数学家，总共一百多处，通报了他的作图法！他收到了60多份答复，其中最好的是爱因斯坦的：“我收到的信件太多了，尽管我非常想回复所有的信件，但我实在是没有时间。”看来爱因斯坦要比艾里“圆滑”不少。杜德利曾经拜访过一位家住美国中西部一个大学城的“五好牌”，那人告诉说有250人审查过他的三等分角作图法，无一人能找出错误来。杜德利还拜访过美

国中西部一个小城市郊区的“五好牌”。那是一个年逾古稀的糟老头，他带着数学家去找报社发新闻，找相馆拍合照，希望全世界都知道他已经成功解决三等分角问题并受到数学家的尊重……

华罗庚和杜德利两位先生所遇到的“五好牌”再也不会让我们感到惊讶，小报上“我证明了费马大定理，谁来证明我”之类的报道的主人公们再也不会激起我们的好奇心，因为他们不过是德摩根笔下的“五好牌”的翻版而已。《悖论集》是一卷形形色色的数学狂怪的经典历史档案，是一部绝世的数学警世通言。这卷历史档案永不过时，它将过去、现在和将来的数学狂怪刻画得入木三分、讽刺得淋漓尽致。读了《悖论集》，你一定会感到再也没有必要对今天的数学狂怪们作什么评论了。

参考文献

- [1] A De Morgan. *A Budget of Paradoxes* [M]. Chicago: The Open Publishing Co., 1915.
- [2] U Dudley. What to do When the Trisector Comes [J]. *The Mathematical Intelligencer*, 1983, 5(1): 20-25.

A File of Mathematical Cranks Which Will Never be Out of Date

WANG Xiao-qin

(Department of Mathematics, East China Normal University, Shanghai 200062 China)

Abstract: *A Budget of Paradoxes*, a book written by the famous British mathematician Augustus De Morgan (1806-1872), is a unique volume of classical historical documents on various kinds of mathematical cranks who tried to solve such problems as trisection of an angle, quadrature of circle, duplication of a cube, etc., and dreamed of raising their names to the world and winning the reward which had never been offered. It will never be out of date because it portrayed most vividly and satirized most profoundly mathematical cranks in the past, at present and even in the future. Having read this book, you will find it unnecessary to make any comments on the contemporary cranks you met unexpectedly or reporters reported lengthily.

Key words: Augustus De Morgan; Quadrature of a circle; trisection of an angle; mathematical cranks.

(本文责任编辑 王建军)

(上接第62页)

On Dialectical Unity of Technological Improvement that Conforms with Purpose and Regularity

WU Hong¹, LIU Zhe-yuan²

(1. Northeastern University, Research Center for Philosophy of Science and Technology, Shenyang 110004, China;

2. Dalian University of Science and Engineering, School of the Humanities and Social Sciences, Dalian 116024, China)

Abstract: Technology is existent. It is not object, but it can't deviate from it. It isn't human being cerebrum's own creation, however, it can't lose human being cerebral thinking; Technology is a kind of coalescent in the course of human being subject continuous pursuit and technology object gradual appearance; Technological improvement not only embodies the purpose that meet human being increasing demand, but also reflects inner certainty of its own evolution; Technological improvement is dialectical unity that conforms with the purpose of human being subject and inner certainty of its own evolution.

Key words: technology; improvement; purpose; certainty; dialectical unity

(本文责任编辑 赵建军)