

# 祖冲之圆周率在西方的历史境遇

## ——纪念祖冲之逝世 1500 周年

汪晓勤 (浙江大学数学系, 浙江师范大学数学系)

关键词 祖冲之 圆周率 三上义夫 赫师慎 李约瑟

我国古代圆周率研究的历史,特别是南北朝著名数学家和天文学家祖冲之(429~500年)的圆周率曾是我国数学史家们十分感兴趣的话题.经清末岑建功,现代茅以升<sup>[1]</sup>、钱宝琮<sup>[2]</sup>、严敦杰<sup>[3,4]</sup>、许莼舫<sup>[5]</sup>、孙炽甫<sup>[6]</sup>等的研究和介绍,中国古代数学家在圆周率方面的成就已为国人所熟悉.但是,以祖冲之密率为代表的中国圆周率是如何为西方人所了解、接受的?对这一中西数学交流史上的问题迄今尚未有专文论述.本文试图通过对西方文献的考察,对中国圆周率在西方的历史境遇作一次较全面的研究.我们将看到,它实际上是中国传统数学西传历史的一个缩影.

### 一、19 世纪上半叶西方学者的有关著述

19 世纪上半叶以前,西方对中国数学知之甚少.法国数学史家蒙蒂克拉(J. E. Montucla, 1725~1799年)在其数学史经典著作《数学史》的第二版(1799~1801年)中虽列专章论述中国数学和天文学<sup>[7]</sup>,但没有提到中国人在圆周率方面的成果.英国数学家皮考克(G. Peacock, 1791~1858年)在其出版于 1820 年的《微积分应用例题集》中,介绍了分析表达式出现之前  $\pi$  的历史,称:

“圆内接正 96 边形的周长为

$$96 \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}},$$

圆外切正 96 边形的周长为

$$\frac{192 \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}}}{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}}}$$

阿基米德利用它们求得了  $\pi = 22/7$ , 这个结果(较真实值)大了将近直径的 1/800. 梅丢斯(Peter Metius)用类似的方法获得  $\pi$  的近似值 355/113, 这是一个引人注目的结果,它精确到小数点后 5 位. 韦达利用同样的方法把该近似值扩展到小数点后 10 位,而居伦(Ludolph van Ceulen, 1540~1610年)又将其增加到 35 位. 考虑到他所使用方法,居伦付出了极大的劳动. 居伦对他的结果感到如此自豪,以致他学了阿基米德之先例,嘱咐他人将这个值刻于自己的墓碑上<sup>[8]</sup>.

可见,皮考克对中国人的成果一无所知. 居伦的结

果后来果然被刻在了列顿的圣彼得教堂他的墓碑上,德国人还因此称之为鲁道夫数<sup>[9,10]</sup>.

苏格兰地理学家默里(H. Murray, 1779~1846年)在出版于 1836 年的《中国》一书中认为,中国人在郭守敬之前并不知道比 3 更好的圆周率近似值<sup>[11]</sup>.

第一个在中国算书中发现圆周率  $\pi = 22/7$  的是法国汉学家毕瓯(É. Biot, 1803~1850年). 早在 18 世纪,明代数学家程大位(1533~1606年)的《算法统宗》就已流传到了欧洲. 当时法国皇家图书馆藏有两种版本共三册,毕瓯对其作了研究. 1835 年 5 月,毕瓯在法国《博学者杂志》(*Journal des Savants*)上发表了关于《算法统宗》的一个注解,主要对书中所载的算术三角形作了详细解释,同时也泛泛地介绍了书中他认为比较先进的数学内容,其中有圆周率 22/7. 1839 年 3 月,毕瓯在《亚洲杂志》上发表了一《算法统宗》书总目的译文(法文)及其注释,在卷三“方田”目录下,毕瓯特别提到程大位自注中的“密术”22/7<sup>[12]</sup>,但没有提到同一注中出现的“徽术”157/50 和“智术”25/8,也不知道 22/7 的作者是谁. 1839 年 12 月,毕瓯在同一杂志上撰文介绍中国人的位值制算筹记数法. 在解释李冶(1192~1279年)《益古演段》第一题时,他还误以为作者是用 22/7 作为圆周率值入算的<sup>[13]</sup>.

另一些曾来华多年的西方学者,如曾任英国在华商务监督、香港总督、英国皇家学会会员的戴维斯(J. F. Davis, 1795~1890年)、美国传教士和外交官威廉(S. W. Williams, 1812~1884年)在其著述<sup>[14,15]</sup>中虽对中国数学有所介绍,但他们的言论充斥着傲慢与偏见. 他们对中国数学的了解连一鳞半爪也没有. 当然不会知道刘徽、祖冲之等数学家的圆周率成果.

## 二、从怀利到史密斯

第一个向西方全面介绍中国古代数学文献和数学成就的是19世纪英国来华传教士、著名汉学家怀利(A. Wylie, 1815~1887年)。1852年,怀利在上海英文周报《北华捷报》上发表著名论文“中国科学札记:数学”,在介绍《九章算术》“方田”章圆面积公式后称:“尽管这里圆周和直径之比取为3:1,但是中国学者告诉我们,这并不是说编纂者不知道更接近真实值的近似值,只不过不需要而已。约在公元6世纪末,祖冲之发表了密率22:7,而更早些时候的刘徽则给出了157:50”<sup>[11]</sup>。

怀利还指出,默里关于中国人圆周率知识的结论是毫无根据的“臆测”。由于《九章算术》(李淳风注)将22/7称作祖冲之密率,《算法统宗》这部广为流传的明代算书沿用同样的说法,因而怀利从自己所接触的李善兰(1811~1882)等中国学者那里了解到关于中国古代圆周率的上述信息是完全可以理解的。同时我们也看到,来华才五年、忙于墨海书馆印刷事务而只能业余从事汉学研究的怀利此时尚未读过记载有祖冲之圆周率成果的《隋书·律历志》。这是西方学者第一次提到22/7和157/50的中国作者。伟烈亚力的论文后由德国学者毕尔那茨基(K. L. Biernatzki 1815~1899)译成德文,并于1856年发表在著名的克雷尔杂志——《纯粹与应用数学杂志》(*Journal für die Reine und Angewandte Mathematik*)上,祖冲之(Tsu-chungtsche)和刘徽(Liu Hwuy)的名字因此为更多的西方人所知<sup>[16]</sup>。法国数学家特凯(O. Terquem, 1782~1862年)又将毕尔那茨基的译文编译成法文,发表于历史上第一本数学史刊物《数学文献、历史和传记通报》(*Bulletin de Bibliographie, d' Histoire et de Biographie Mathématique*)上<sup>[17]</sup>。该刊是以《数学新年刊》(特凯创办于1844年)的附录形式出版的,1855~1862年由特凯编辑。文中特凯也介绍了上述两个圆周率值,但只提到刘徽,而没有提到祖冲之的名字。此后德国著名数学史家康托(M. Cantor, 1829~1920年)在他的《数学史讲义》中对中国的圆周率亦有所介绍。

第一个对中国数学家的圆周率成果作全面介绍的是日本著名数学史家三上义夫(1875~1950年)。早在1910年,三上义夫就在数学史专业杂志 *Bibliotheca Mathematica* 上发表论文,介绍中国数学家在圆周率方面的成就。在1913年出版的英文《中日数学发展史》中,三上义夫列专章论述中国数学家的有关结果:张衡—— $\sqrt{10}$ ; 王蕃—— $142/45 = 3.1555\dots$ ; 刘徽—— $157/50$ ; 祖冲之—— $3.1415926 < \pi < 3.1415927, \pi = 355/113, \pi = 22/7$ 。其

中祖冲之的结果本于《隋书·律历志》。三上义夫评论道:“祖冲之所得约率即为好几百年前希腊阿基米德的结果;但在数学史上,密率在祖冲之以前却未曾见于世界上任何一个国家。希腊人没有这个值;印度人对其一无所知;即便是后来有学问的阿拉伯人亦未能重新发现它。在近代欧洲,直到1585年它才被荷兰数学家、梅丢斯之父安托尼兹(引者注:即皮考克所指的梅丢斯)获得。因此中国人拥有这个最不寻常的圆周率分数值,要比欧洲人早整整一千多年。有鉴于此,我们强烈希望将它命名为“祖冲之率”<sup>[18]</sup>。

1926年,三上义夫在《东洋学报》上发表“中国算学之特色”一文,在关于“圆之算法”的一章,又一次介绍了张衡、刘徽和祖冲之的圆周率。其中还第一次提到刘徽的另一结果 $3927/1250$ <sup>[19]</sup>。值得一提的是,三上义夫也是第一位正确理解祖暅球积公式推导方法、并试图解释《隋书·律历志》中所说的祖冲之“开差幂”和“开差立”算法的外国学者,还称前者为“中国算学上几何学的处理方法之最高发达”<sup>[19]</sup>。

《中日数学发展史》出版后,成了继怀利《札记》后李约瑟《中国科学技术史》前关于中国数学最重要的西方文献。后来的西方数学史家如卡约黎(F. Cajori, 1859~1930年)、史密斯(D. E. Smith, 1860~1944年)、萨顿(G. Sarton, 1884~1956年)等关于中国数学的有关论述主要源于此书。卡约黎的《数学史》在1893年初版时并未涉及中国数学,1919年再版时,作者列专章论述中国数学,其中介绍了刘徽和祖冲之的圆周率<sup>[20]</sup>。史密斯在其名著《数学史》中介绍了张衡、王蕃、陆绩、祖冲之等人的圆周率,称祖冲之为“机械专家,再现了指南车知识,建造了机动船”<sup>[21]</sup>。史密斯所说的“陆绩率” $25/8$ 实际上是《算法统宗》中所说的“智率”(但事实上,王蕃曾说陆绩仍沿用“周三径一”之旧率<sup>[22]</sup>)。史密斯没有提到刘徽的结果。后来,他在《圆周率 $\pi$ 之历史及其超越性》中对中国人的圆周率工作有更详细介绍:

“在中国人方面,对此有值得注意的研究成果。东汉安帝时人张衡(西历78~139年)曾得 $\pi = \sqrt{10}$ 。后此,则当是三国时吴人王蕃(西历229~267年)求得 $\pi = 142/45$ 或 $3.1555\dots$ ,而同时刘徽用一种方法与安抵风法相同者,算得 $3.14$ 。最值得注意的,则为宋末南齐祖冲之(约当西历400余年时)的发觉。他求得 $\pi$ 之值在 $3.1415926$ 与 $3.1415927$ 之间,并知 $22/7$ 与 $355/113$ 乃是其近似值。后者寻常称为安托尼兹率,实则祖氏早已发觉了。其后还有人计算此值,惟未有良好结果。清初康熙时(18世纪之初)所编《数理精蕴》上载 $\pi$ 之值至19位。欧洲当中世纪时,皮舍诺(引者注:即13世纪意大利数学家菲波那

契)求得  $\pi = 3.1418$ . 此后直至 17 世纪时,始有安托尼兹重发见中国祖冲之在千余年前所早已知道的值  $355/113$ <sup>[23]</sup>.

后世西方学者如萨顿<sup>[24]</sup>、柯立芝(J. L. Coolidge, 1873 ~ 1954 年)<sup>[25]</sup>、斯特洛伊克(D. J. Struik)<sup>[26]</sup> 等都在各自有关著作中介绍祖冲之的圆周率.

### 三、怀疑与否定

三上义夫的结论虽被众多西方学者所接受,但远未被普遍接受. 一些学者怀疑和否定祖冲之结果的独创性,认为它源于西方.

中国天文数学域外来源说可以上溯到 17 世纪. 在与来华耶稣会士邓玉函(J. Terrenz, 1576 ~ 1630 年)的通信中,德国著名天文学家开普勒(J. Kepler, 1571 ~ 1630 年)即怀疑古代中国的天文观察数据是后人计算的结果,中国的天文学全部来自阿拉伯<sup>[27]</sup>. 19 世纪中叶,法国东方学家塞迪洛(L. E. P. A. Sedillot, 1808 ~ 1875 年)认为,中国人绝对没有天文学,也根本不知数学为何物,并称:“中国人所有的那点知识肯定来自国外,……由于亚历山大的征服,希腊的影响遍及整个东方,而中国即为其一部分. 这种影响在整个亚历山大学派存在期间以及罗马统治期间一直继续着……”<sup>[28]</sup>.

塞迪洛在 1849 年出版的《希腊与东方数学比较史料》(*Matériaux Pour Servir à l' Histoire Comparée des Mathématiques chez les Grecs et les Orientaux*)第二卷,在 1868 年 5 月发表于意大利数学史杂志《数理科学文献与历史通报》(*Bullettino di Bibliografie e di Storia Delle Scienze Matematiche e Fisiche*)上的“写给编辑波恩康帕尼(B. Boncompagni)的信”中以及在 1873 年 9 月巴黎首届国际东方学家大会的发言中都宣扬此说,对后来的西方科学史作者产生了很大的影响. 如在德国人芬克(K. Fink)出版于 1890 年的《数学简史》中我们就能看到这种影响的痕迹:“在婆什迦罗的著作中,几何学从亚历山大向印度的传播乃是显而易见的. 或许这一影响还向更远的东方扩展,直到中国. 在一部可能写于公元后数世纪的中国算书中,毕达哥拉斯定理被应用于边长为 3、4、5 的三角形;说明了张绳之法;一个图形诸顶点以模仿希腊形式的字母来表示; $\pi$  被取为 3;到 6 世纪末, $\pi$  被取为  $22/7$ ”<sup>[9]</sup>.

1920 年,意大利数学史家洛利亚(G. Loria, 1862 ~ 1954 年)发表“中国人对数学的贡献”一文. 受塞迪洛等人的影响,洛利亚对祖冲之圆周率工作的独创性提出质疑,认为祖冲之是从阿基米德著作中求得圆周率方法的. 令人匪夷所思的是,洛利亚根据的却是法国数学史

家坦纳里(P. Tannery, 1843 ~ 1904)对古希腊数学家海伦《测量》中一段文字的校勘. 根据坦纳里的校勘,阿基米德除了在《论圆之度量》中所获得的  $223/71 < \pi < 22/7$  外还曾进一步获得过如下结果:

$$195882/62351 < \pi < 211872/67441.$$

洛利亚将其写成连分数形式:

$$3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{16 - \frac{1}{31 + \frac{1}{2 + \frac{1}{9}}}}} < \pi < 3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{16 + \frac{1}{8 + \frac{1}{1 + \frac{1}{60}}}}}$$

由此得近似分式

$$\pi = 3 + \frac{1}{7 + 1/16} = \frac{355}{113}$$

于是,这个值很容易随着阿基米德的其他著作传入中国. 这种解释连洛利亚自己都觉得牵强,因此他又毫无根据地补了一句:“就算祖冲之创造了  $\pi$  的这个特殊近似值,我们也仍然可以肯定,他所用的方法并非他的创造. 他从阿基米德的名著中获得这一方法,几乎是毋庸置疑的”<sup>[29]</sup>.

洛利亚对中国数学的怀疑态度甚至还可以从他的出版于 1929 年的《从文明之源直到 19 世纪的数学史》(*Storia delle Matematiche dall' Alba della Civiltà al Secolo XIX*)一书中把关于中国数学的那一章取名为“中国之谜”<sup>[30]</sup>看出来.

第一个明确否定三上义夫结论的是比利时教士赫师慎(L. van Hée, 1873 ~ 1951 年). 赫师慎来华 20 年(从 1892 到 1911 年),是继怀利之后第一位在中国数学研究上有影响的西方学者. 他在 20 世纪上半叶陆续在《通报》(*T' oung Pao*)、*Isis*、《美国数学月刊》、《科学问题评论》(*Revue des Questions Scientifiques*)等刊物上发表一系列论文,这些论文虽影响较大,但学术价值远不及怀利的《札记》和三上的《中日数学发展史》. 在 1926 年发表于萨顿的 *Isis* 上的“阮元的《畴人传》”一文中,赫师慎称:“中国人对纯数学的研究并未显示出特别的兴趣,也没有真正的才能. 只有历法和天象观测是他们最感兴趣的.”<sup>[31]</sup> 赫师慎强调,中国科学没有一贯的方法,没有创造性的理论,一切往往都归结为公式,而这些公式又都是外国人的. 他进而断言:“根据这些事实,显然应该修改三上义夫在其名著中所获得的结论. 总而言之,如果把中国数学家的公式和方法列成表,那么这些公式和方法一般都可追溯到印度、阿拉伯或欧洲的起源”<sup>[31]</sup>.

关于祖冲之的密率,赫师慎称:“梅丢斯于 1585 年求得这个值;另外,通过耶稣会士,梅丢斯也为中国人所知. 难道就没有可能,一些抄写者受爱国之心驱使,在这

些早期著作的后来版本中插入这样的说法?”<sup>[31]</sup>

针对三上义夫命名“祖冲之率”的建议,赫师慎称:“我想同意他的观点,但鉴于上述原因,我相信这些说法不过是被传统地接受了理由不充分的要求而已。我个人坚信,将来的研究必会证明:后人篡改了一些段落,增加了另一些段落,因而新近版本和百科全书毫不足信”<sup>[31]</sup>。

受塞迪洛、赫师慎、洛利亚等人的影响,意大利汉学家、科学史家瓦卡(G. Vacca, 1872~?)在1930年发表于《亚洲文会会刊》上的“关于中国科学史的若干问题”一文中称:

“我有意不提中国数学家关于圆周率的计算。据说他们算得分数形式的值 $355/113$ 。这个很正确的结果似乎是西方的舶来品。如果考虑到清代中国出现了海伦著作中其他好几个结果(如翟理斯教授所描述的复杂的计程器),连同上述分数,我们自然可以认为,约在公元三或四世纪,海伦著作中的某些结果以一种我们尚未能确定的方式通过中亚传入中国”<sup>[27]</sup>。瓦卡还认为《周髀算经》商高和周公对话中所含数学知识、朱世杰《四元玉鉴》中所载二项系数表等都来自域外。

## 四、历史定论

虽然包括祖冲之率在内的中国古代数学成就在20世纪二三十年代受到一些西方学者的怀疑和否定,并且这种怀疑和否定甚至对美国著名数学史家史密斯也产生影响<sup>[32]</sup>,但中国人的圆周率成就并没有因此而湮没。

史实就是史实,不经详细的考证、缜密的研究、客观的比较,而只是凭空怀疑、一味否定的赫师慎、洛利亚、瓦卡等人的结论毕竟是站不住脚的。就在赫师慎发表“阮元的《畴人传》”两年后,三上义夫在同一刊物上撰文,对赫师慎的有关评论作出回应。关于祖冲之率,三上义夫指出:“祖冲之率 $355/113$ 载于《隋书》。如果书中真有后人添加的内容,那么一定添加于1600年以前,因为这部著作在那时流传很广。另外,东京 Seikado 图书馆藏有它的一部早期版本,为1530年左右修订的元刻本。在该版本中,载祖冲之率的那段话赫然在目。可见毫无疑问它在元时即已有之。因此,问题就完全了然。……祖冲之在圆周率方面的工作以及他的儿子在球体积方面的工作代表了我国几何之最高发展水平,它们似乎达到了五百年间该学科发展的巅峰。如果把祖冲之对圆的度量看成是后人添入原书的内容,那么所有这些叙述必同样不可靠。除非接受这样的全盘否定,否则赫神父的论点就必须被看成是不严密的”<sup>[33]</sup>。

既然《隋书》元刻本中包含记载祖冲之圆周率的文字,赫师慎的说法当然不攻自破了。

30年代末汉学家马伯乐(H. Maspero)在其论文“汉代中国的天文仪器”中及40年代初汉学家古德里奇(L. C. Goodrich)在《中国人简史》一书中都介绍了中国的圆周率;1948年,古德里奇又在 *Isis* 上撰文介绍刘徽、王蕃、祖冲之的圆周率<sup>[34]</sup>。

20世纪50年代末,英国著名科学史家李约瑟(J. Needham, 1900~1995年)出版《中国科学技术史》第三卷。其中第19章论中国古代数学。李约瑟和王铃以一节的篇幅专门介绍中国的圆周率<sup>[35]</sup>。李约瑟著作的出版唤醒了西方学者对中国古代数学的兴趣<sup>[36]</sup>。六七十年代,美国数学史家斯特洛伊克<sup>[37]</sup>、伊夫斯(H. Eves)<sup>[38]</sup>、斯韦兹(F. Swetz)<sup>[39]</sup>再次对祖冲之圆周率作出客观评价。其中斯特洛伊克在“关于中国数学”一文中指出:“由于 $355/113 = 3.1415929$ (比祖冲之所获得的上下限粗糙),该值必定在祖或他的儿子继续求近似值之前就已被发现了。若将 $\pi$ 写成小数形式,再展成连分数,那么 $355/113$ 是作为近似分数出现的最著名的值;西方数学中直到1585年才出现这个值。就我们所知,祖冲之的更精确的值直到一千年后的1420年左右才被撒马尔罕的天文学家阿尔卡西所超过,阿尔卡西求得小数点后16位的 $\pi$ 值及其六十进制分数的相应表示式——十进制小数代表中国人的传统,六十进制分数则代表巴比伦—希腊传统。西方数学家直到1600年左右才超过祖的更精确值”<sup>[37]</sup>。

斯特洛伊克在安托尼兹传记中也强调,安托尼兹的圆周率不过是祖冲之率的重新发现而已<sup>[40]</sup>。

20世纪80年代以后,中国数学史领域的西方研究者逐渐增加<sup>[41]</sup>,中国的圆周率历史得到许多西方数学史家的深入研究<sup>[42-45]</sup>。祖冲之率,这一祖国数学史遗产中的珍宝,将永远载入世界数学史册,激励国人为在21世纪把中国建成数学大国而努力。

(2000年3月16日收到)

汪晓勤 博士后,浙江大学数学系,浙江杭州 310028

- 1 茅以升. 中国圆周率略史. 科学, 1917; 3: 411-423
- 2 钱宝琮. 中国算书中之周率研究. 见: 李俨, 钱宝琮. 科学史全集(第九卷), 沈阳: 辽宁教育出版社, 1999: 1-26
- 3 严敦杰. 《隋书》律历志祖冲之圆率记事释. 学艺, 1936; 15(10): 27-57
- 4 严敦杰. 中国算学家祖冲之及其圆周率之研究. 学艺, 1936; 15(5): 37-50
- 5 许莼舫. 中算家的几何学研究. 北京: 中国青年出版社, 1954: 47-57
- 6 孙焯甫. 中国古代数学家关于圆周率研究的成就. 数学通报, 1955; (5): 5-12
- 7 Montucla J. E. *Histoire des Mathématiques*, Vol. 1, Paris, 1799-1801
- 8 Peacock G. *Collection of Examples of the Applications of the Differential*

- and *Integral Calculus*, Cambridge, 1820:69-70
- 9 Fink K. A *Brief History of Mathematics*, Translated by W. W. Beman & D. E. Smith, Chicago, 1910:222,216-217
  - 10 Struik D. J., Ludolph van Ceulen. In: *Dictionary of Scientific Biography*, Vol. 3 & 4. New York, 1981:181
  - 11 Wylie A. *Jottings on the Science of the Chinese: Arithmetic*, *North-China Herald*, 1852:108; 1852:111-113, 116-117, 119-121
  - 12 Biot É. Table Générale d'un Ouvrage Chinois intitulé Suan-Fa Tong-Tsong, ou Traité Complet de l'Art de Compter. *Journal Asiatique*, 1839; 7:193-217
  - 13 Biot É. Note sur la connaissance que les Chinois ont eue de la Valeur de position de Chiffrea. *Journal Asiatique*, 1839; 8:497-502
  - 14 Davis J. F. *The Chinese: A General Description of China and Its Inhabitants*. London, 1840:302-305
  - 15 William S. W. *Middle Kingdom* (Vol. II), New York, 1861:45
  - 16 Biernatzki K. L. Die Arithmetik der Chinesen. *Journal für die Reine und Angewandte Mathematik*, 1856; 52:59-94
  - 17 Terquem O. Arithmétique et Algèbre des Chinois. *Nouvelles Annales de Mathématiques*, 2e Série, 1862; 1:35-44; 1863; 2:529-540
  - 18 Mikami Y. *Development of Mathematics in China and Japan*, Leipzig, 1913:50
  - 19 三上义夫. 中国算学之特色. 北京:商务印书馆. 1962:27:35-37
  - 20 Cajori F. A *History of Mathematics*, New York, 1919:73
  - 21 Smith D. E. *History of Mathematics* (Vol. 1), Boston, 1923:141-143
  - 22 阮元. 畴人传. 上海:商务印书馆, 1935:68
  - 23 Smith D. E. 圆周率  $\pi$  之历史及其超绝性(郑太朴译). 上海:商务印书馆, 1933:113
  - 24 Sarton G. *Introduction to the History of Science*. Vol. 1, Malabar, 1927:410
  - 25 Coolidge J. L. A *History of Geometrical Methods*, Oxford, 1947:61
  - 26 Struik D. J. A *Concise History of Mathematics*, London, 1954:96
  - 27 Vacca G. Some Points on the History of Science in China. *Journal of the North-China Branch of the Royal Asiatic Society*, 1930; 56:10-19
  - 28 *International des Orientistes, Compte-rendu de la premiere session, paris*, 1873: Tome I, Paris, 1874:302
  - 29 Loria G. The Debt of Mathematics to the Chinese People. *Scientific Monthly*. 1921; 12:517-521
  - 30 Loria G. *Storia delle Matematiche dall'Alba della Civiltà al Secolo XIX* (Vol. I), 2nd ed. Milan. 1950:145
  - 31 Van Hée L. The Chhou Jen Chuan of Juan Yuan. *Isis*, 1926; 8:103-118
  - 32 Smith D. E. Unsettled Questions Concerning Mathematics of China. *Scientific Monthly*, 1931; 33:244-250
  - 33 Mikami Y. The Ch'ou-Jen Chuan of Yuan Yuan. *Isis*, 1928; 11:123-126
  - 34 Goodrich L. G. Measurements of the Circle in Ancient China. *Isis*, 1948; 39:64-65
  - 35 Needham J. *Science and Civilisation in China*, Vol. 3. Cambridge, 1959:99-102
  - 36 Libbrecht U. *Chinese Mathematics in the Thirteenth Century: The Shu-Shu Chiu-Chang of Ch' in Chiu-shao*. Cambridge, 1973:17
  - 37 Struik D. J. On Ancient Chinese Mathematics. *Mathematics Teacher*, 1963; 56:424-432
  - 38 Eves H. *An Introduction to the History of Mathematics*, Philadelphia, 1983:75-76
  - 39 Swetz F. The Evolution of Mathematics in Ancient China. *Mathematics Magazine*, 1979; 52(1):10-19
  - 40 Struik D. J. Adriaen Metius, Adriaen Anthonisz & Jacob Metius. In: *Dictionary of Scientific Biography*, Vol. 9 & 10. New York, 1981:335
  - 41 Swetz F., Ang T. S. A Brief Chronological and Bibliographical Guide to the History of Chinese Mathematics. *Historia Mathematica*, 1984; 11:39-56
  - 42 Lay L. Y., Ang T. S. Circle Measurements in Ancient China. *Historia Mathematica*, 1986; 13:325-340
  - 43 Jami C. Une Histoire chinoise du 'nombre PI'. *Archive for History of Exact Science*, 1988; 38:39-50
  - 44 Volkov A. Zhao Youqin and his calculation of  $\pi$ . *Historia Mathematica*, 1997; 24:301-331.
  - 45 Volkov A. The Mathematical Work of Zhao Youqin: Remote Surveying and the Computation of  $\pi$ . *Taiwanese Journal for Philosophy and History of Science*, (1996-1997); 8:129-189

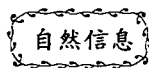
### Historical Experience of Tsu Tschungsche's Fractional Value of $\pi$ in West—Commemorating the fifteenth centennial anniversary of Tsu Tshungsche's death

Wang Xiao-qin

Postdoctor, Department of Mathematics, Zhejiang University, Hangzhou 310028, Zhejiang

Department of Mathematics, Zhejiang Normal University, Jinhua 310024, Zhejiang

Key words Tsu Tschungsche,  $\pi$ , Y. Mikami, L. Van Hée, J. Needham



### 哈勃太空望远镜观测到恒星的死亡

因与爱斯基摩人(毛皮大衣中的脸)相像而命名的爱斯基摩星云(the

Eskimo nebula)在太阳系中发出了最后一次耀眼的光芒后寿终正寝了。1999年1月,美国宇航局(NASA)的科学家将哈勃太空望远镜(Hubble Space Telescope)对准了5000光年以外的爱斯基摩星云并拍摄下其消亡时空前清晰的照片。当其为红矮星时,气体云呈彗星状向内收缩。爱斯

基摩星云以每小时90万英里的速度从星云中心向外膨胀。据有关科学家预言,将在50~60亿年后,我们的太阳也会像爱斯基摩星云一样熄灭。不过可能没有爱斯基摩星云熄灭时那么壮观而已。

[吴侃据 *National Geographic*, 2000; 198(2)]