

# 为数学和教育倾其一生

## ——纪念柯尔莫哥洛夫百年诞辰

◆汪晓勤



柯尔莫哥洛夫  
(1903—1987)

2003年1月16日至21日,一批世界著名数学家云集莫斯科,参加一个名为“柯尔莫哥洛夫与当代数学(Kolmogorov and Contemporary Mathematics)”的学术会议。会议规格之高,与国际数学家大会类似:12位当今一流的数学家做1小时主题报告,其中包括菲尔兹奖获得者斯梅尔(S.Smale,1930—)、诺维科夫(S.P. Novikov,1938—),沃尔夫奖获得者阿诺尔德(V.I. Arnold,1937—)、希策布鲁赫(F.E.P.Hirzebruch,1927—)、卡尔森(L.Carleson,1928—)和西奈依(Y. G.Sinai,1935—)。更多的人做了45分钟报告与20分钟报告。这些报告或多或少地触及了柯尔莫哥洛夫(A.N.Kolmogorov)极广的研究领域。4月29日,莫斯科大学又举行纪念会,隆重纪念这位20世纪的伟大数学家、数学教育家百年诞辰。

### 早年的经历

柯尔莫哥洛夫1903年4月25日出生于俄国坦波夫省,1987年10月20日在莫斯科逝世。他的祖父是牧师,父亲卡塔耶夫(N.Kataev)是位农学家,曾遭到流放,十月革命后回来担任农业部某部门的领导,1919年在战斗中牺牲。母亲出身贵族,因难产而死。柯尔莫哥洛夫的童年是在外祖父家度过的,姨妈把他抚养成人。尽管出生后就失去了母爱,也从未得到父爱,但柯尔莫哥洛夫是在关爱中长大的。在很小的时候,姨妈就教育他热爱学习知识,热爱大自然。五六岁时,柯尔莫哥洛夫就独自发现了奇数与平方数的关系: $1=1^2, 1+3=2^2, 1+3+5=3^2, 1+3+5+7=4^2, \dots$ ,体会到了数学发现的乐趣。外祖父家办了一份家庭杂

志《春燕》,年幼的柯尔莫哥洛夫竟然负责起其中的数学栏目来,他把自己的上述发现发表在杂志上。

6岁时,他随姨妈去了莫斯科,在一所被认为是当时最先进的预科学校读书。求学期间,柯尔莫哥洛夫的兴趣异常广泛,他认真学习了生物学和物理学;14岁时,他从一部百科全书中学习了高等数学。他对象棋、社会问题和历史也产生了兴趣。

1920年中学毕业后,柯尔莫哥洛夫当了短时间的列车售票员;工作之余,他写了一本关于牛顿力学定律的小册子。同年,柯尔莫哥洛夫洛夫进莫斯科大学学习。除了数学,他还学习了冶金和俄国史。他对历史特别着迷,曾写了一篇关于15—16世纪诺夫格勒地区地主财产的论文。关于这篇论文,他的老师、著名历史学家巴赫罗欣(S.V.Bakhrushin)说:

“你在论文中提供了一种证明,在你所研究的数学上这也许足够了,但对历史学家来说是不够的,他至少需要五种证明。”

也许这位历史教授的回答对柯尔莫哥洛夫产生了重要影响:他选择了只需要一种证明的数学。

### 突入数学王国

在莫斯科大学,柯尔莫哥洛夫听大数学家鲁津(N. N.Luzin, 1883—1950)的课,且与鲁津的学生亚历山德罗夫(P.S.Alexandrov, 1896—1982)、乌里松(P.S. Urysohn, 1898—1924)、苏斯林(M.Y.Suslin)等有了学术上的频繁接触。在鲁津的课上,这位一年级的大学学生竟反驳了老师的一个假设,令人刮目相看。柯尔莫哥洛夫还参加斯塔捷班诺夫(V.Stepanov, 1889—1950)的三角级数讨论班,解决了鲁津提出的一个问题。鲁津知道后对他十分赏识,主动提出收他为弟子。

尽管柯尔莫哥洛夫还只是一名大学生,但他却取得了举世瞩目的成就:1922年2月他发表了集合运算

汪晓勤,副教授,华东师范大学数学系,上海200062。

Wang Xiaojin: Associate Professor, Department of Mathematics, East China Normal University, Shanghai 200062.

方面的论文,推广了苏斯林的结果;同年6月,发表了一个几乎处处发散的傅里叶级数(到1926年,他进而构造出了处处发散的傅里叶级数)。据他自己说,这个级数是他当列车售票员时在火车上想出的。柯尔莫哥洛夫一时成为世界数学界一颗闪亮的新星。几乎同时,他对分析中的其他许多领域,如微分和积分问题、测度论等也产生了兴趣。

1925年,柯尔莫哥洛夫大学毕业,成了鲁津的研究生。这一年柯尔莫哥洛夫发表了8篇读大学时写的论文!在每一篇论文里,他都引入了新概念、新思想、新方法。他的第一篇概率论方面的论文就是在这一年发表的,此文与辛钦(A.Y. Khinchin, 1894—1959)合作,其中含有三角级数定理,以及关于独立随机变量部分和的不等式,后来成了鞅不等式以及随机分析的基础。他证明了希尔伯特变换的一个切比雪夫型不等式,后来成了调和分析的柱石。1928年,他得到了独立随机变量序列满足大数定律的充要条件;翌年,又发现重对数律的广泛条件。此外,他的工作还包括微分和积分运算的若干推广以及直觉主义逻辑等。

1929年夏,柯尔莫哥洛夫与亚历山德罗夫乘船从雅洛斯拉夫尔(Yaroslavl)出发,沿伏尔加河穿越高加索山脉,最后到达亚美尼亚的塞万(Sevan)湖,在湖中的一个小半岛上住下。在那里,享受游泳和日光浴乐趣的同时,亚历山德罗夫戴着墨镜和巴拿马草帽,在阳光下撰写一部拓扑学著作。此书与霍普夫(H. Hopf, 1894—1971)合作,一问世即成为经典。柯尔莫哥洛夫则在树荫下研究连续状态和连续时间的马尔可夫过程。柯尔莫哥洛夫完成的结果发表于1931年,是扩散理论之滥觞。两人的终生友谊即始于这次长途旅行。亚历山德罗夫后来回忆道:

“1979年是我与柯尔莫哥洛夫友谊的五十周年,在整整半个世纪里,这种友谊不仅从未间断过,而且从未有过任何争吵。在任何问题上,我们之间从未有任何误解,无论它们对于我们的生活和我们的哲学是如何重要;即便是在某个问题上有分歧,我们彼此对对方的观点也抱有完全的理解和同情。”

而柯尔莫哥洛夫则把这一友谊看作是他一生幸福的原因!

1930年夏,柯尔莫哥洛夫与亚历山德罗夫作了另一次长途旅行。这次他们访问了柏林、格丁根、慕尼黑、巴黎。柯尔莫哥洛夫结识了希尔伯特(D. Hilbert, 1862—1943)、库朗(R. Courant, 1888—1972)、兰道(E. Landau, 1877—1938)、外尔(C. H. Weyl, 1885—1955)、卡拉泰奥多里(C. Carathéodory, 1873—1950)、弗雷歇



柯尔莫哥洛夫与学生们

(M. Fréchet, 1878—1973)、波雷尔(E. Borel, 1871—1956)、莱维(P. Lévy, 1886—1971)、勒贝格(H. Lebesgue, 1875—1941)等一流数学家,与弗雷歇、莱维等进行了深入的学术讨论。

1930年代是柯尔莫哥洛夫数学生涯中的第二个创造高峰期。这个时期,他在概率论、射影几何、数理统计、实变函数论、拓扑学、逼近论、微分方程、数理逻辑、生物数学、哲学、数学史与数学方法论等方面发表论文80余篇。1931年,柯尔莫哥洛夫被莫斯科大学聘为教授。1933年,他出版了《概率论的基本概念》,是概率论的经典之作。该书首次将概率论建立在严格的公理基础上,解决了希尔伯特第6问题的概率部分,标志着概率论发展新阶段的开始,具有划时代的意义。同年,柯尔莫哥洛夫发表了“概率论中的分析方法”这篇具有重要意义的论文,为马尔可夫随机过程理论奠定了基础,从此,马尔可夫过程理论成为一个强有力的科学工具。

在拓扑学上,柯尔莫哥洛夫是线性拓扑空间理论的创始人之一;他和美国著名数学家亚历山大(J. W. Alexander, 1888—1971)同时独立引入了上同调群的概念。1934年柯尔莫哥洛夫研究了链、上链、同调和有限胞腔复形的上同调。在1936年发表的论文中,柯尔莫哥洛夫定义了任一局部紧致拓扑空间的上同调群的概念。1935年,在莫斯科国际拓扑学会议上,柯尔莫哥洛夫定义了上同调环。

1935年,柯尔莫哥洛夫和亚历山德罗夫在莫斯科郊外的一个名叫科马洛夫卡(Komarovka)的小村庄里买了一座旧宅邸。他们的许多数学工作都是在这里完成的。许多著名数学家都访问过科马洛夫卡,包括阿达玛(J. Hadamard, 1865—1963)、弗雷歇、巴拿赫(S. Banach, 1892—1945)、霍普夫、库拉托夫斯基(K. Kuratowski, 1896—1980)等等。莫斯科大学的研究生们经常



结伴“数学郊游”，来到科马洛夫卡拜访两位数学大师，在那里，柯尔莫哥洛夫和亚历山德罗夫招待学生们共进晚餐。到了晚上，学生们尽管有些疲劳，但总是带着数学上的收获快乐地回到莫斯科。后来成为苏联科学院院士的著名数学家马尔采夫(A.I.Malcev, 1909—1967)和盖尔范德(I.M.Gelfand, 1913— )就是其中的两位研究生。柯尔莫哥洛夫的博士生、著名数学家格涅坚科(B.V.Gnedenko, 1912—1995)回忆说：

“对于柯尔莫哥洛夫的所有学生来说，师从柯尔莫哥洛夫做研究的岁月是终生难忘的：在科学与文化上的发奋努力、科学上的巨大进步、科学问题的全身心投入。难以忘怀的是周日那一次次的郊游，柯尔莫哥洛夫邀请所有他自己的学生(研究生或本科生)以及别的导师的学生。在这些 30~35 公里远直到波尔谢夫(Bolshevo)、克里亚兹马(Klyazma)和别的地方附近的郊游过程中，我们一直讨论着当前的数学(及其应用)问题，还讨论文化进步，特别是绘画、建筑和文学问题。”

1930 年代末，柯尔莫哥洛夫发展了平稳随机过程理论，美国数学家维纳(N.Wiener, 1894—1964)稍后获得了同样的结果。柯尔莫哥洛夫还把研究领域拓广到行星运动和空气的湍流理论。

1940 年代，柯尔莫哥洛夫的兴趣转向应用方面。1941 年，他发表了湍流方面的两篇具有重要意义的论文，成了湍流理论历史上最重要的贡献之一。柯尔莫哥洛夫所得到的一个著名结果是“三分之二律”：在湍流中，距离为  $r$  的两点的速度差的平方平均与  $r^{2/3}$  成正比。

这个时期，除了数学，柯尔莫哥洛夫在遗传学、弹道学、气象学、金属结晶学等方面均有重要贡献。在 1940 年发表的一篇论文里，柯尔莫哥洛夫证明了李森科(T.D.Lysenko, 1898—1976)的追随者们所收集的材料恰恰是支持孟德尔定律的。当时，孟德尔定律在苏联是受批判的，柯尔莫哥洛夫的论文反映了他追求真理的科学精神。

1950 年代，是柯尔莫哥洛夫学术生涯的第三个创造高峰期。这个时期的研究领域包括经典力学、遍历理论、函数论、信息论、算法理论等。

1953 和 1954 年，柯尔莫哥洛夫发表了两篇动力系统及其在哈密顿动力学中的应用方面的论文，标志着 KAM (即 Kolmogorov-Arnold-Moser) 理论的肇始。1954 年，柯尔莫哥洛夫应邀在阿姆斯特丹国际数学家大会上作了“动力系统的一般理论与经典力学”的重要报告。后来的研究证明了他深刻的洞察力。

这个时期，柯尔莫哥洛夫还开始了自动机理论和算



柯尔莫哥洛夫(左)与亚历山德罗夫在德国

法理论的研究。他和学生乌斯宾斯基(V.A.Uspenskii)建立了今称“柯尔莫哥洛夫-乌斯宾斯基机”的重要概念。他还力排反对意见，支持计算理论的研究。许多苏联的计算机科学家都是柯尔莫哥洛夫的学生或学生的学生。1950 年代中后期，柯尔莫哥洛夫致力于信息论和动力系统遍历论的研究。他在动力系统理论中引入了熵的重要概念，开辟了一个广阔的新领域，后来还导致混沌理论的诞生。1958—1959 年，柯尔莫哥洛夫将遍历理论应用于一类湍流现象，对后来的工作产生了深远影响。

1957 年，柯尔莫哥洛夫和学生阿诺尔德完全解决了希尔伯特第 13 问题：存在连续的三元函数，不能表成二元连续函数的叠合。答案是否定的：任意多个变量的连续函数都可表成单变量连续函数的叠合。

1960 年代以后，柯尔莫哥洛夫又开创了演算信息论(今称“柯尔莫哥洛夫复杂性理论”)和演算概率论这两个数学分支。

柯尔莫哥洛夫的研究几乎遍及数论之外的一切数学领域。1963 年，在第比利斯召开的概率统计会议上，美国统计学家沃尔夫维茨(J.Wolfowitz, 1910—1981)说：“我来苏联的一个特别的目的是确定柯尔莫哥洛夫到底是一个人呢，还是一个研究机构。”

### 独特的教学研究方式

在半个多世纪的漫长学术生涯里，柯尔莫哥洛夫不断提出新问题、构建新思想、创造新方法，在世界数学舞台上保持着历久不衰的生命力，这部分得益于他健康的体魄。他酷爱体育锻炼，被人称作“户外数学家”。他和亚历山德罗夫每周有四天时间在科马洛夫卡度过(另外三天则住在城里的学校公寓里)。其中有一整天是体育锻炼的时间：滑雪、划船、徒步行走(平均路程长达 30 公里)。在晴朗的三月天，他们常常穿着滑雪鞋和短裤，连续四小时在外锻炼。平日里，早晨的锻炼是不间断的，冬

天还要再跑 10 公里。当河冰融化的时候,他们还喜欢下水游泳。在柯尔莫哥洛夫 70 岁生日庆祝会期间,组织了一次滑雪旅行,柯尔莫哥洛夫穿着短裤,光着膀子,老当益壮,把别的参加者都甩在了后面!

他的许多奇妙而关键的思想往往是在林间漫步、湖中畅游、山坡滑雪的时候诞生的。1962 年访问印度时,他甚至建议印度所有的大学和研究所都建在海岸线上,以便师生在开始严肃讨论前可以先游泳。

柯尔莫哥洛夫也是一位著名的数学教育家,他对于为有数学天赋的学生提供特殊教育的计划有特别的兴趣。他认为,一些家长和教师企图从 10~12 岁左右的学生中挖掘有数学才能的孩子,这样做会害了孩子。但到了 14~16 岁,情况发生变化。这个年龄段的孩子对于数学有无兴趣通常明显地表现出来。其中约有一半的学生断定数学物理对他们并无多大用处,这些学生应该学习特殊的简化课程。另一半学生的数学教育就可以更有效地进行。而这些学生在选择数学作为大学专业时,还应测验一下自己对于数学的适应性——运算能力、几何直观能力、逻辑推理能力。

柯尔莫哥洛夫创立了莫斯科大学数学寄宿学校。多年来,他花费大量时间于学校上,制订教学大纲、编写教材、授课(每周多达 26 个小时)、带领学生徒步旅行、探险、教学生音乐、艺术、文学,寻求孩子个性的自然发展。他的学校里的学生常常在全苏和国际数学奥林匹克竞赛中名列前茅。但对于那些成不了数学家的学生,他并不感到担忧,不论他们最终从事什么职业,

如果能保持开阔的视野、常新的好奇心,他都感到满意。一个学生如能进入柯尔莫哥洛夫的大家庭,该是多么的幸福!

作为 20 世纪世界最杰出的数学家之一,柯尔莫哥洛夫获得了许许多多的荣誉:1941 年获首届苏联国家奖;1949 年获苏联科学院切比雪夫奖;1963 年获国际巴尔赞奖;1965 年获列宁奖;1976 年获民主德国科学院亥姆霍兹奖章;1980 年获沃尔夫奖、1986 年获罗巴切夫斯基奖等。他还前后共七次获得列宁勋章。

1939 年,柯尔莫哥洛夫当选苏联科学院院士。他还是波兰科学院(1956)、伦敦皇家统计学会(1956)、罗马尼亚科学院(1957)、民主德国科学院(1959)、美国艺术与科学院(1959)、美国哲学学会(1961)、荷兰皇家科学院(1963)、伦敦皇家学会(1964)、匈牙利科学院(1965)、美国国家科学院(1967)、法国科学院(1968)、芬兰科学院(1983)等的外籍院士或荣誉会员。巴黎大学(1955)、斯德哥尔摩大学(1960)、印度统计研究所(1962)、华沙大学、布达佩斯大学等相继授予他荣誉博士学位。

柯尔莫哥洛夫对于俄国古建筑、俄国诗歌、世界雕塑、绘画等都有渊博的知识。他将诗体学看作是自己科学研究的一个领域。他又酷爱音乐,莫扎特的 G 小调交响乐和巴赫的小提琴协奏曲常常伴随他和亚历山德罗夫(常常还有众多朋友)度过科马洛夫卡宁静之夜。

关键词:柯尔莫哥洛夫 数学 教育



## 跟踪·扫描

### 单分子和分子纳米结构的 物理化学研究

据国家自然科学基金委员会 2003 年 9 月 24 日报道,中国科学院化学研究所分子纳米结构与纳米技术国家重点实验室以白春礼院士、万立骏、王琛研究员为主要骨干的创新群体,利用电化学扫描隧道显微术(Electrochemical Scanning Tunneling Microscopy, ECSTM),在“单分子和分子纳米结构的物理化学研究”工作中取得重要进展。系列研究成果已发表在国际权威杂志上。

对手性分子的识别 随着研究的深入和拓展,发生在表面和界面的二维手

性现象引起人们的广泛注意。研究人员利用 ECSTM 实现了在水溶液中对手性分子绝对构型的识别。在 Cu(111)基底上分别观察到手性分子(R)-和(S)-2-苯基-丙酰胺(C<sub>9</sub>H<sub>11</sub>NO; PPA)的 STM 图像,成功证明了利用工作于溶液环境下的电化学 STM 判定吸附于固/液界面的手性分子的绝对手性的可能性,对进一步研究广泛存在的发生在固体表面或固/液界面的手性催化过程具有重要意义。

对 Cu(111)基底上卟啉分子吸附模式的判定 在立体选择性合成、手性药物的合成等方面,催化剂起着十分重要的作用。然而,作为催化剂或催化载体的金属表面,因其密堆积结构通常属非手性表面,所以对其表面进行改

性十分必要,研究手性分子修饰的表面结构也就成为理解异相不对称催化反应机理的关键。研究人员利用 ECSTM 直接证明了该分子在 Cu(111)表面的吸附结构。这一结构的发现,为进一步探索不对称催化过程的机理提供了重要线索。

高度有序的功能性纳米结构的构筑 杯芳烃是继冠醚、穴醚及环糊精之后,目前超分子化学研究中的最重要受体之一。研究人员利用电化学自组装技术,成功制备了杯芳烃阵列,并将此阵列用于包容富勒烯分子,得到高度有序的杯芳烃/C<sub>60</sub>络合物点阵。这一成果对构筑功能性纳米结构具有重要意义。(方德声)