

地内行星会合运动规律解读

——以金星为例

陈亮^{1,2,3} 蒋洪力⁴

(1.华东师范大学地理信息科学教育部重点实验室,上海200241; 2.华东师范大学地理科学学院,上海200241; 3.自然资源部超大城市自然资源时空大数据分析应用重点实验室,上海200241; 4.唐山市开滦一中,河北唐山063000)

摘要:地内行星所呈现的晨星、昏星、上合、下合、东大距、西大距、凌日等星象是其与太阳的会合运动造成的结果。为了探究地内行星的会合运动规律,本文以金星为例,解读合日过程,计算距角变化和会合周期,并运用有理逼近方法推算更加精确的长会合周期。以此为基础,本文借助计算机模拟工具Stellarium分析了晨星昏星轨迹的时空分布特征。研究发现,会合运动的本质是行星公转过程中轨道速度不同造成的太阳、行星和地球的相对位置发生周期性变化在地球上的反映。本文为研究行星运动提供了一种观察、分析、模拟、推理和验证的综合研究方法。

关键词:地内行星; 会合运动; 会合周期; 金星; 启明长庚; Stellarium软件

中图分类号: G633.55

一、引言

太阳系中的行星按照距离太阳由近到远依次是水星、金星、地球、火星、木星、土星、天王星和海王星。其中金星和水星轨道位于地球轨道内侧,称为地内行星。地内行星有时是晨星,有时又是昏星;此外,还有上合、下合、东大距、西大距、凌日等星象。这些特殊的星象是由地内行星与太阳的会合运动造成的。同水星相比,金星距地球更近,体积和质量也更大,因此上述星象更为典型。本文以金星为例,对其会合运动进行深入解读,通过观察、分析、模拟、推理和验证,探究会合运动的特征和规律,将会合运动与行星运动的本质——绕日公转建立联系。

二、地内行星的会合运动

会合运动是指在地球上看到的行星和太阳在天球上的相对位置的周期性变化。行星绕日公转的轨道半径和周期都不相同。从运动着的地球上,太阳和行星都沿黄道(带)做视运动,它们在天球上的位置可以用各自的地心视黄经表示,而行星和太阳的相对位置就是它们之间的黄经差(即距角)。会合运动就是此黄经差的

周期性变化。

地内行星会合运动的原理图如图1所示,同时考虑了行星和地球的运动。如图所示,地球和地内行星都在时刻不停地绕太阳自西向东运动,地内行星轨道位于地球轨道内侧,距太阳更近,公转速度更快。从地球上的观测者来看,当地球在轨道位置1时,地球E、太阳S和地内行星P在一条直线上,P在ES连线的延长线上,此时S和P的地心视黄经相等(即距角为 0°),称为上合。

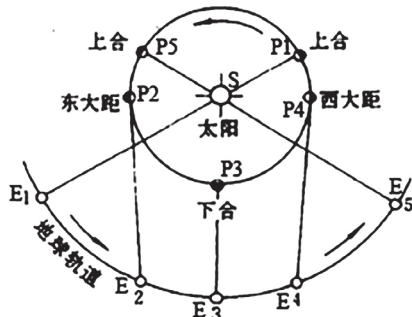


图1 地内行星的会合运动原理图^[1]

上合后,地内行星和地球继续以不同的速度绕太

阳公转。EP连线为轨道割线，EP连线和ES连线的夹角即为太阳和行星的相对位置，也就是距角。此过程中，从地球角度来看，EP连线向ES连线以左移动，即行星向太阳东方移动，且距角逐渐增大。当地球运行到轨道位置2时，EP由割线变为切线， $\angle EPS$ 为直角，P是直角顶点。此时距角达到最大，且行星在太阳东方，称为东大距。

东大距后，距角逐渐减小，地内行星逐渐靠近太阳。当地球运行到轨道位置3时，E、P、S又在一条直线上，P和S的黄经再次相等。此时P在E和S之间，称为下合。

下合后，地内行星和地球继续公转，EP连线和ES连线夹角逐渐增大，即距角逐渐增大，只是此时行星运动到了太阳西方。当地球到达轨道位置4时，EP再次由割线变为切线，距角再次达到最大，称为西大距。

西大距后，当地球运动到轨道位置5时，E、S、P又在一条直线上，P在ES连线的延长线上，P和S地心视黄经又相等，再次上合，至此完成一个会合周期。

行星自上合至东大距再到下合，始终位于太阳东方，日落后出现在西方天空，为昏星现象。行星自下合一西大距一上合，始终位于太阳西方，日出前出现于东方天空，为晨星现象。古人称晨星阶段的金星为“启明”，昏星阶段的金星为“长庚”。两千多年前的《诗经·小雅·大东》中的“东有启明，西有长庚”，描述的就是金星的晨星和昏星现象。

值得指出的是，同为地内行星的水星，运动规律与金星相似，同样有上下合、东西大距和凌日等星象。然而水星的公转轨道在金星内侧，轨道半径更小，公转速度更快，公转周期更短，因此会合周期更短（会合周期的讨论见第四节）。同时由于水星距离太阳更近，大距较小（在 $17^\circ \sim 28^\circ$ 之间），加上它的体积和质量都较小，所以对于它的观测更加困难。因此本文以金星为例，考察地内行星的会合运动规律。

三、金星距角的讨论

太阳和行星的黄道坐标如图2所示。如前文所述，对于行星P来说，距角是行星P与太阳S对地球E的张角 $\angle PES$ 。由于行星公转轨道面并不完全和黄道面重合（例如金星轨道面与黄道面成 3.4° 的交角），因此EP连线并不在黄道面上。从图2中可以看出，太阳与行星的黄经差为 $\angle SET$ ，是用黄道面上的平面角来度量的，而距角 $\angle PES$ 是在平面PES上度量的，二平面空间位置是相交关系，所以距角 $\angle PES$ 并不一定等于太阳和行星的黄经差 $\angle SET$ 。

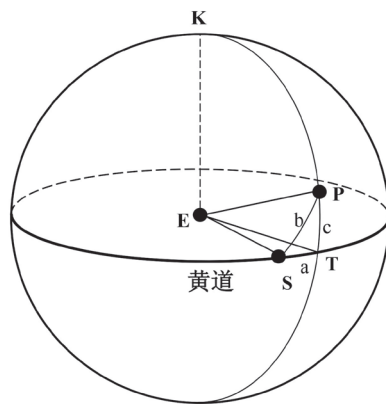


图2 行星距角示意图

以金星为例，已知太阳和金星的视黄经（分别为 λ_s 和 λ_v ）和金星的视黄纬（ β ），可以在球面直角三角形 $\triangle PTS$ 中应用球面三角形的余弦公式求解距角 $\angle PES$ 。

在 $\triangle PTS$ 中， $\widehat{ST}=a$ ， $\widehat{PS}=b$ ， $\widehat{PT}=c$ ， $\angle PTS=B$ ；应用余弦公式，得到 $\cos b = \cos c \cos a + \sin c \sin a \cos B$ ；而 $a = \angle SET$ ， $b = \angle PES$ ， $c = \angle PET$ ，代入得到 $\cos \angle PES = \cos \angle PET \cos \angle SET + \sin \angle PET \sin \angle SET \cos \angle PTS$ ，由于 $\angle PET = \beta$ ， $\angle SET = \lambda_s - \lambda_v$ ， $\angle PTS = 90^\circ$ ，代入得到 $\cos \angle PES = \cos(\lambda_s - \lambda_v) \cos \beta$ ，即 $\angle PES = \arccos[\cos(\lambda_s - \lambda_v) \cos \beta]$ 。

由上式可知，由于金星视黄纬的存在，距角 $\angle PES$ 并不等价于视黄经差 $\angle SET$ 。分情况讨论如下。

(1) 当金星位于黄道面上，即 $\beta = 0^\circ$ 时， $\angle PES = \lambda_s - \lambda_v$ ，即距角等于太阳和金星的视黄经差。

(2) 当 $\beta \neq 0^\circ$ 时。

(a) 若太阳和金星的视黄经相等，即 $\lambda_s - \lambda_v = 0^\circ$ ， $\angle PES = \arccos[\cos 0^\circ \cdot \cos \beta] = \beta$ ，即距角等于金星的视黄纬 β 。例如，当 $\lambda_s - \lambda_v = 0^\circ$ ， $\beta = +0.6^\circ$ 时， $\angle PES = 0.6^\circ$ 。此时金星和太阳在同一条黄经线上，PES面垂直于黄道面。

(b) 当太阳和金星的视黄经不相等，即 $\lambda_s - \lambda_v \neq 0^\circ$ 时，根据距角公式和反余弦函数是单调递减函数，则 $\angle PES > \lambda_s - \lambda_v$ ，即距角大于视黄经差，即如图2所示的一般位置关系。

对于会合运动中的特殊位置讨论如下。

(1) 在上下合日，视黄经差 $\lambda_s - \lambda_v = 0^\circ$ ，为最小值；此时如果金星在轨道最北或最南，即视黄纬的绝对值最大（ $\beta = \pm 3.4^\circ$ ）时， $\angle PES = 3.4^\circ$ ，即距角大于视黄经差，二者差值达到 3.4° 的极大值。

(2) 在东西大距， $(\lambda_s - \lambda_v)$ 达到最大值；此时如果金星位于黄道面上，即 $\beta = 0^\circ$ ，则 $\angle PES = \lambda_s - \lambda_v$ ，

即距角等于视黄经差,两者差值达极小值 0° 。

需要指出的是,金星轨道面和黄道面的交角很小,所以距角与视黄经的差值很小,最大也不会超过 3.4° 。为了研究方便,在一般的讨论中,可以忽略这些差值,近似地认为太阳和金星的视黄经差就是距角的大小。

四、会合周期的讨论

1. 短会合周期

会合运动是一种周期性的运动。地内行星连续两次上(下)合日的时间间隔,叫做地内行星的会合周期。由于合日只要求太阳和行星的视黄经相等,在这种相对“宽松”的条件下,会合周期相对较短;而行星和太阳发生交食(如星凌日和日掩星)则要求二者视黄经和视黄纬都相等,因此发生此种条件“苛刻”的会合需要较长的周期(实际上天球上的金星和太阳都非质点而有一定的视半径,因此严格来说发生凌日时二者视黄经与视黄纬未必相等,但必须相差很小,在凌日限之内)。为了将两种会合周期加以区分,连续两次合日的会合周期称为短会合周期,而连续两次凌日的会合周期称为长会合周期。

地内行星短会合周期 S 的计算如图3(a)所示。当行星 P 在位置 P_1 ,地球 E 在位置 E_1 时发生第一次下合,接着 P 和 E 以不同角速度绕太阳 S 公转, P 的角速度大于 E ,到达位置 2 时行星比地球多公转一周,发生第二次下合。若用 P 表示行星公转周期, E 表示地球公转周期,则易得出表示会合周期 S 的公式为: $1/S=1/P-1/E$ 。

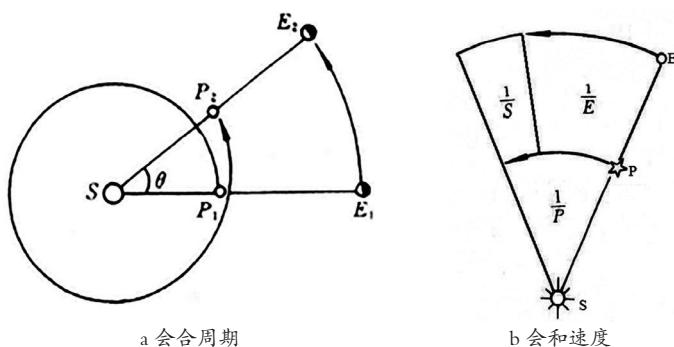


图3 行星会合周期的计算^[2]

上述公式说明地内行星相对于太阳的会合速度($1/S$),就是其公转角速度($1/P$)和地球公转角速度($1/E$)之差,如图3(b)所示。由公式可知,地内行星速度越接近地球,会合速度越小,会合周期就越大,反之则会合周期越小。值得注意的是,上述公式只是按照匀速圆周运动推导出的会合周期公式,其计算结果只是平均周期。由于轨道偏心率 and 摄动的影响,实际会合周期

与平均周期有一定的差异。

对于金星来说, $P=224.701$ 地球日(以下简称“日”),地球公转周期(即恒星年) $E=365.256$ 日,代入公式得到会合周期 $S=583.923$ 日,约为584日。由于584日的会合周期,在一个地球年内至少会出现1次合日,有时会出现两次(一次上合一次下合);有时会出现一次大距,有时会出现两次(一次东大距一次西大距),有时一次也不会出现;另外金星最亮的时刻发生在下合与大距之间,那么一年内有时会出现一次最亮的金星,有时会出现两次,有时一次也不会出现。这些推论为金星的观测提供了依据。

2. 长会合周期

在一个短会合周期583.923日内,地球公转了 $360^\circ \times (583.923/365.256) = 575.52^\circ = 360^\circ + 215.52^\circ$,金星公转了 $360^\circ \times (583.923/224.701) = 935.52^\circ = 720^\circ + 215.52^\circ$,也就是说地球和金星都从上一次会合位置沿轨道前进了 215.52° ,即会合位置在轨道上是不断变化的。由于金星轨道和黄道面有 3.4° 交角,因此经过一个短会合周期,太阳和行星的视黄经相等,而视黄纬未必相等,所以金星未必和太阳发生交食,即凌日。金星凌日只能发生在轨道升降交点或其附近,所以凌日周期是短会合周期的倍数,这种周期称为长会合周期。

可以用有理数逼近实数的方法计算较精密的长会合周期。^[3]将地球与金星公转周期之比 $365.2564/224.7010$ 展开成连分数,得: $365.2564/224.7010 = [1; 1, 1, 1, 2, 29, 1, 1, 3, 2, 13, 1, 1, 10]$,其渐进分数依次为:1, 2, $3/2$, $5/3$, $8/5$, $13/8$, $382/235$, $395/243$, $777/478$, $2726/1677$, $6229/3832$

上述渐进分数由左到右逐项更加精密。由第6项渐进分数 $13/8$ 可知,金星公转13周的时间相当于地球公转8周的时间,此即8年的短会合周期。在此期间,地球用时 $365.256 \times 8 = 2922.051$ 日,金星用时 $224.701 \times 13 = 2921.113$ 日,两者仅相差0.938日。由第7项渐进分数 $382/235$ 可知,235年的长会合周期比8年周期精密,两者用时仅相差0.537日。由第8项渐进分数 $395/243$ 可知,243年是更精密的会合周期,地球和金星两者用时仅相差0.410日。依此类推,478年比243年更精密,1677年比478年更精密……即可以用渐进分数有理逼近的方法得到越来越精确的会合周期。

利用上述有理逼近的方法可以更准确地预知金星大距、合日或凌日、日掩金星的日期和时间。上述渐进分数得到的周期中,8年周期时间间隔较短,精度较低;1677年周期精度较高,但间隔过长,更适合大距和

合日的精确推算;243年长度比较适中,精度也较高,且与历史上凌日系列周期的组合较为吻合,稳定而实用,推算也比较简便,因此天文学上将243年作为金星凌日的长周期。

五、晨星昏星轨迹的模拟与讨论

1. 晨星昏星轨迹概述

所谓晨星昏星轨迹,指的是每天日出(晨星)或日落(昏星)时,朝东或朝西看到的金星在天空中的位置,在整个晨星或昏星过程中位移形成的轨迹。以晨星为例,其轨迹的天文学意义是:对于某地的观测者,某日太阳出地平时,金星在东半天球上的投影位置,如图4所示,这个投影位置就是金星的地平坐标的地平高度和方位角。

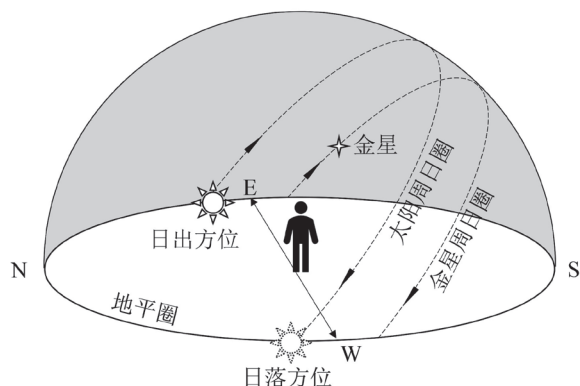


图4 晨星轨迹概念图

地球绕日公转,每天日出日落的时间和方位都不相同。根据第三节中的讨论,金星与太阳的距角也是不断变化的。因此日出或日落时金星的地平坐标会逐日变化,晨星昏星也就呈现出比较复杂的轨迹。以晨星为例,对于某地的观测者,金星的地平方位与其赤纬、某地的地理纬度以及日距角等因素有关;金星的高度,则由其周日圈相对于地平圈的倾角(和观测地纬度有关)和日出时金星已经走过的周日圈弧长(和金星与太阳的黄经差有关)共同决定。因此,晨星昏星的轨迹问题,本质上是金星的黄道坐标和地平坐标的转换并朝东(西)方投影的几何问题。

高等教育出版社出版的《地球概论》教科书中插图3-36如图5所示,该图概念性地描绘了启明星和长庚星的轨迹。在关于晨星昏星轨迹的讨论中此图被广泛地引用,但是对于图中轨迹的代表性却鲜有讨论。例如,图中所示的晨昏星地平坐标系的半椭圆形轨迹是否与实际相符?晨星和昏星在天球上的移动均为逆时针方向是否真实存在?前述金星轨迹是复杂而多变的,而图5对之描述却是简单而单一的,因此有必要采用更加严谨的

方法对晨星昏星的轨迹图进行验证。

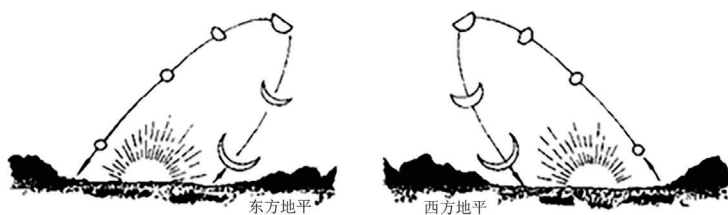


图5 《地球概论》教科书图3-36^[4]

2. 一个长会合周期内的模拟

根据第四节中长会合周期的讨论,经过一个长会合周期,太阳、地球和金星又回到几乎完全一样的相对位置上,即太阳和金星在天球上的位置几乎没有变化,因此晨星昏星的轨迹是以长会合周期重复再现的。受篇幅所限,本文选取较为简单的8年长会合周期,使用了计算机模拟软件Stellarium绘制晨星昏星轨迹图,模拟从2022年至2030年8年中的5次晨星和5次昏星过程。在实际模拟过程中,为使金星清晰可辨,其距角不能太小,即忽略上下合日前后肉眼看不到金星的时段,故模拟如下5次晨星和5次昏星的时间段。

2022年1月7日至2022年10月14日晨星;
2022年11月12日至2023年8月7日昏星;
2023年8月15日至2024年5月13日晨星;
2024年6月23日至2025年3月10日昏星;
2025年3月17日至2025年12月22日晨星;
2026年1月29日至2026年10月14日昏星;
2026年10月26日至2027年7月23日晨星;
2027年9月1日至2028年5月28日昏星;
2028年6月5日至2029年3月12日晨星;
2029年4月13日至2030年1月3日昏星。

借助Stellarium软件,在每个模拟日的日出或日落时东地平或西地平天空标注金星的位置,每10日标注一个点,圆点代表金星在空中的位置,并标注了轨迹的方向,以及每个晨星昏星过程首尾(即上合与下合)太阳出没地平方位,最终得到8年周期内的晨星昏星轨迹,如图6所示。需要指出的是,经过8年周期后,2030年1月开始的晨星轨迹(受篇幅所限此图略去)与第一个晨星轨迹几乎完全相同,也充分验证了金星具有明显的长会合周期的结论。

从图中可以看出,在一个8年周期内,晨星昏星的轨迹呈现出比较复杂的特征。

(1) 轨迹形状复杂且不规则,有重叠和交叉现象,并非理想半椭圆形的一部分。

(2) 轨迹方向在不断变化,并非简单的逆时针,且不存在同一短会合周期内晨星和昏星在地平的轨迹方

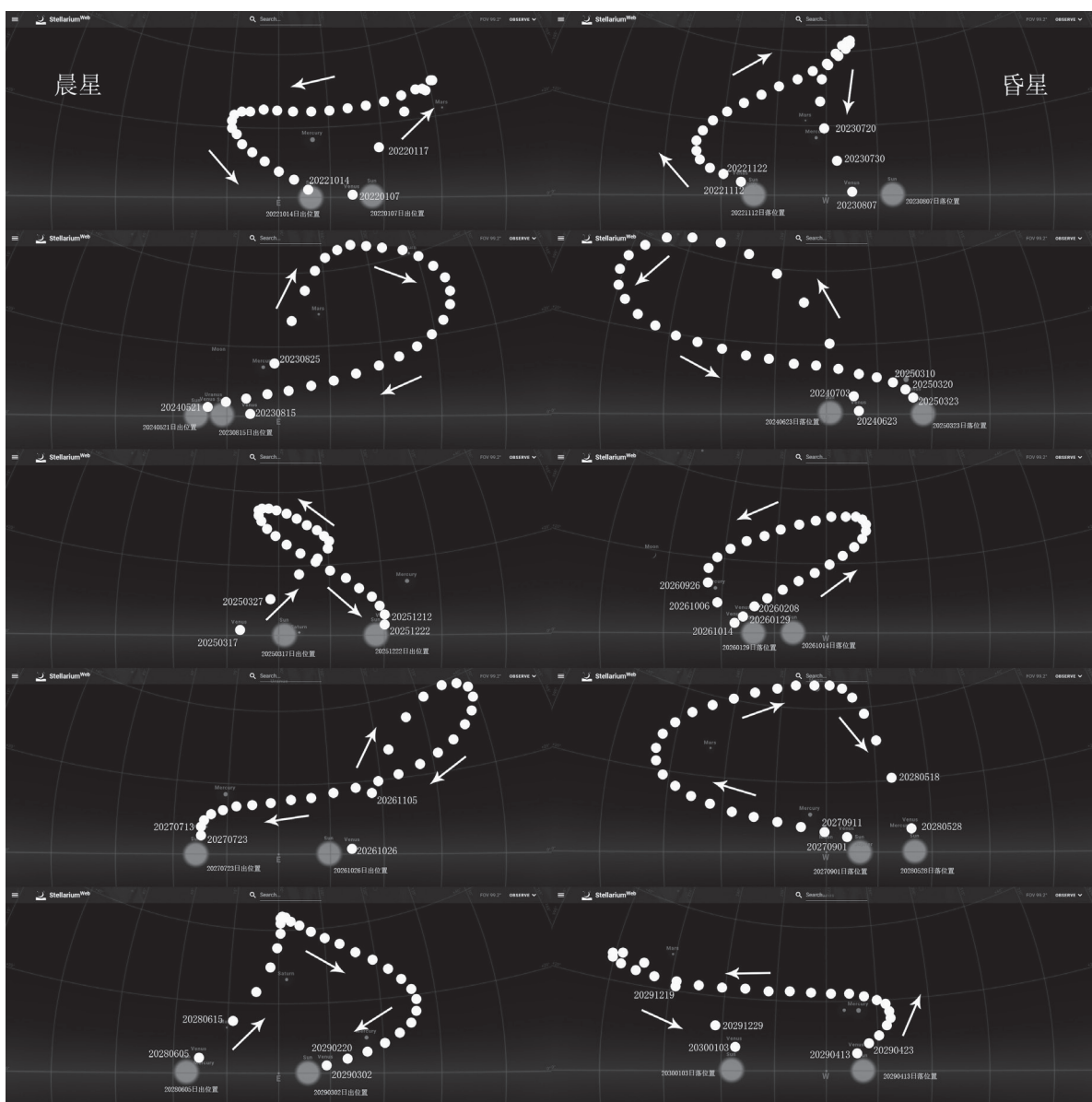


图6 8年会合周期中的5次晨星(左)和5次昏星(右)的轨迹图

向同为逆时针的情况。

(3) 上合与下合太阳的出没地平方位是不同的。

(4) 大距点高度并不是轨迹的最高点, 根据紫金山天文台数据, 在整个模拟过程中出现西大距的日期为2022年3月20日、2023年10月24日、2025年6月1日、2027年1月4日和2028年8月11日, 而图中显示这些大距点都不是轨迹最高点。^[5]

由此可见,图5表示的并不是实际观测到的晨星昏星轨迹。晨星昏星轨迹复杂,是由于会合周期远大于地球年,造成会合位置和各星象位置不断移动以及距角不断变化,同时再将金星的黄道坐标转换为地平坐标时,有相对复杂的几何投影关系造成的。为了方便研究和学习,需要绘制晨星昏星三维立体模式图,取大同、去小

异,去个性化,保留共性,找出各星象和相位之间的时空联系,完整体现整个短会合周期运动过程的普遍性规律和特点,图5描绘的就是这种三维立体模式图。

图5将晨星昏星复杂的轨迹化繁为简,进行了模式化处理,这种抽象的模式图可以帮助我们通俗理解晨昏星轨迹这种复杂现象的形成过程和原理。例如,图中标识了上合(邻近凸月形的地平位置)、大距(弦月形)、下合(邻近细弯月形的地平位置)的位置和相位变化顺序以及整个晨星轨迹相对于太阳向西倾斜、昏星轨迹向东倾斜的特点;显示了各相位的距角变化(轨迹任意点的地心连线与太阳的地心连线的夹角是距角);也显示了晨星由下合到西大距的轨迹距离短、用时短(约72日),由西大距到上合轨迹距离长、用时长(约

220日), 昏星由上合到东大距用时长(约220日)、由东大距到下合用时短(约72日)的特点; 并给出了判断晨昏星的方法, 即从上合到下合为昏星, 从下合到上合为晨星。

真实的晨星昏星轨迹比较复杂, 方向又多变, 因此解读模式图时一定要区分模式图与真实金星轨迹的差异性。

(1) 模式图的逆时针箭头方向并不是地平坐标系上晨昏星的实际移动方向, 而是表示随着时间的推移金星相位发生变化的方向。

(2) 模式图中半椭圆形轨迹并不是晨昏星真实的轨迹形状, 太阳位置也非上合与下合时太阳的实际出没方位。

(3) 根据天体力学的计算和紫金山天文台数据, 上、下合可能出现在一天中的任何时刻, 即未必出现在如图5所示的太阳正好出没地平的时刻(实际上其他星象如东、西大距亦如是), 只是本文主要讨论肉眼可见的晨昏星, 因此采用了太阳出没地平时刻的金星位置进行说明。^[6]需要指出的是, 在白天或黑夜的其他时刻即使金星不可见, 其位置和移动轨迹仍然是真实存在的。

3. 不同纬度晨星轨迹的模拟

晨星昏星轨迹虽然复杂, 但是也具有一定的规律性。例如对于不同纬度的观测者, 金星的周日圈和地平圈所成倾角不同, 因此日出日落时金星高度也不同。另外太阳出没地平的方位与太阳赤纬和地理纬度有关(具体计算公式较为复杂, 此处略去)。基本的规律是日出日落方位在中低纬度差别不大而在高纬度差别明显, 那么“伴日左右”的金星出没地平的方位也会因纬度而不同。为了验证上述推理, 本文选取了 0°N 、 20°N 、 40°N 和 60°N 这四个纬度进行一次晨星过程的模拟。因为纬度高于 66.5°N 的地区会出现极昼极夜现象, 金星和太阳的周日圈几乎与地平圈平行, 晨星的过程不明显, 故不进行模拟。模拟时间段选取2022年1月10日到2022年9月27日这一晨星过程。由于不同纬度金星和太阳的位置关系会有细微差别, 所以晨星过程首尾会有一两天的不同。这4个纬度的晨星轨迹对比如图7所示。

从图7可以看出, 同一晨星或昏星的时段, 纬度越高, 金星的高度越小, 移动范围越大, 因此轨迹也越“扁”且越“宽”。另外由于距角的存在, 金星的轨迹范围比太阳移动的范围更广。

六、结语

地球上的人类无法感知地球和行星的公转运动, 人类所能感知的就是行星与太阳的会合运动。行星各自

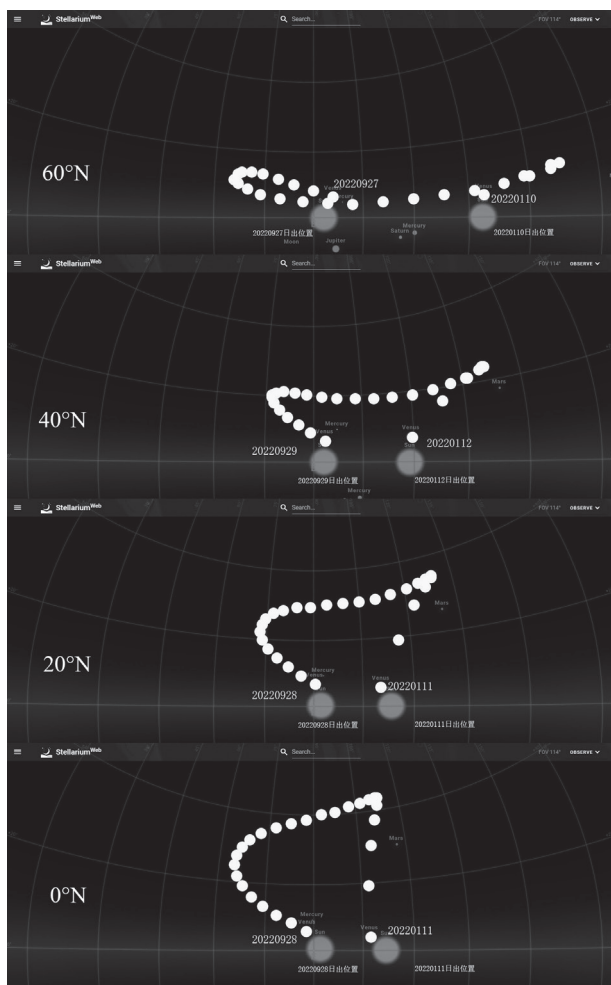


图7 不同纬度晨星轨迹的对比图

以不同轨道速度围绕太阳公转, 运动的过程中, 太阳、行星及地球三者之间相对位置不断变化, 会合运动就是此相对位置的周期性变化在地球上的反映。会合运动是表象, 而公转运动是本质。本研究以金星为例, 通过观察、分析、模拟、推理和验证的研究方法, 跳出地球, 透过现象探寻和理解行星运动的本质, 得到了地内行星的运动规律。对地内行星会合运动的研究, 可以推知从地外行星角度观测地球与太阳会合运动的规律, 促进人类对太阳系其他行星甚至太阳系外行星的运动规律的探索。

参考文献:

- [1][2][4] 金祖孟.地球概论(第三版)[M]. 北京:高等教育出版社,1997.
- [3] 王元.有理逼近及应用[J].数学通报,2000(08):5-7.
- [5][6] 何玉因.2000-2049年行星天象(一)[J].紫金山天文台台刊,1998,17(04):14-41.

(责任编辑: 孙宏博)